

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ 3С-2R МАКРОМОДЕЛІ ПАСИВНОГО КОЛА

Петренко І.А., к.т.н., доц., Гузєв А.О., студент, Дашкова Є.А., студент
КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра теоретичної електротехніки

Вступ. У багатьох технічних галузях використовують лінії зв'язку джерела енергії (сигналів) і приймача цієї енергії. Наприклад, енергетичні лінії, лінії міжміського телефонного зв'язку, міжз'єднання у чипах сучасних ІС. Для аналізу електромагнітних процесів такі кола часто розглядають як ланцюги RLC-чотириполіусників. Одним із способів зменшення розмірності таких моделей є формування стійких пасивних макромодель, придатних для успішного використання в процесі автоматизованого проектування.

Мета роботи. Запропонувати спосіб визначення за загальною матрицею вузлових провідностей електричного кола RLC-типу параметрів схемної 3С-2R макромоделі цього кола.

Матеріали і результати досліджень. Розглянемо електричне коло, яке здійснює передавання енергії з входу 1-1' на вихід 2-2' (рис. 1). На рисунку використані символічні позначення напруг і струмів, що справедливо при аналізі кола в режимі гармонічних коливань. У загальному випадку змінні є операторними зображеннями функцій часу.

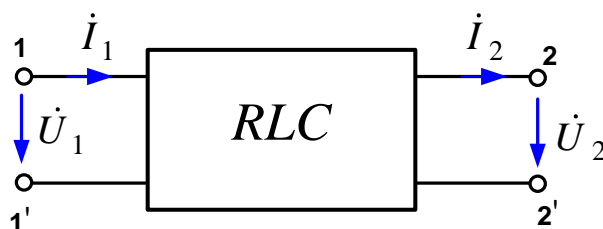


Рисунок 1 – RLC-коло

Припустимо, що RLC-коло заданої структури промодельоване математичною моделлю в базисі вузлових напруг (1):

$$[\underline{Y}_{\text{пр}}] \cdot [\dot{\phi}] = [\underline{J}], \quad (1)$$

де $[\underline{Y}_{\text{пр}}]$ – це матриця вузлових провідностей, $[\dot{\phi}]$ – матриця-стовпець вузлових потенціалів, $[\underline{J}]$ – матриця-стовпець вузлових струмів. Для часткового, але розповсюдженого випадку розгалуженого кола зі спільним опорним вузлом для входу і виходу ($\phi_{1'} = \phi_{2'} = 0$ на рис. 1) із системи (1) виходять рівняння (2):

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{\text{пр}11}^{-1} & \underline{Y}_{\text{пр}12}^{-1} \\ \underline{Y}_{\text{пр}21}^{-1} & \underline{Y}_{\text{пр}22}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ -i_2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

З іншого боку схема на рис. 1 є чотириполіусником [1, 2], а отже, може бути описана основною системою рівнянь у \underline{Z} -формі (3).

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

При порівнянні систем рівнянь (2) і (3) доходимо висновку, що \underline{Z} -параметри чотириполіусника однозначно можуть бути визначені через алгебраїчні доповнення та визначник матриці вузлових провідностей вихідної RLC-схеми:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \dot{I}_2, \\ \dot{U}_2 = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{22}}{\Delta} \dot{I}_2, \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \underline{Z}_{11} = \Delta_{11}/\Delta, & \underline{Z}_{12} = -\Delta_{21}/\Delta, \\ \underline{Z}_{21} = \Delta_{12}/\Delta, & \underline{Z}_{22} = -\Delta_{22}/\Delta, \end{cases} \quad (4)$$

де Δ – визначник матриці вузлових провідностей, Δ_{ik} – алгебраїчне доповнення елемента $\underline{Y}_{пр ik}$ матриці вузлових провідностей схеми.

Один і той самий чотириполіусник може бути описаний однією із шести форм основних рівнянь, між якими існує однозначний взаємозв'язок. Тому і математична макромодель RLC-схеми відповідно записується у \underline{Z} -, \underline{Y} -, \underline{A} -, \underline{B} -, \underline{H} - та \underline{F} -формах, параметри яких однозначно визначаються через визначник та алгебраїчні доповнення матриці вузлових провідностей схеми. Наприклад,

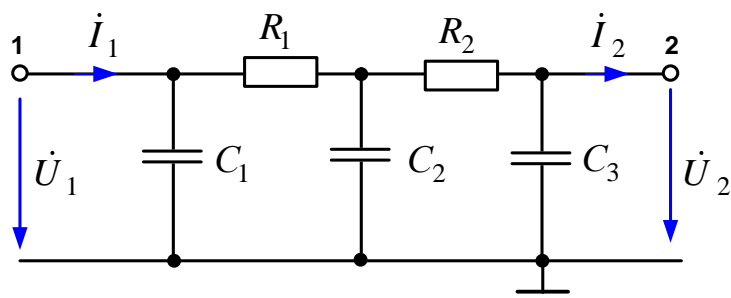
$$\text{для } \underline{Y}\text{-форми:} \quad [\underline{Y}] = \frac{1}{\Delta_{11,22}} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_{22} & -\Delta_{21} \\ \Delta_{12} & -\Delta_{11} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\text{для } \underline{A}\text{-форми:} \quad [\underline{A}] = \frac{1}{\Delta_{12}} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{11,22} \\ 1 & \Delta_{22} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

де $\Delta_{11,22}$ – подвоєне алгебраїчне доповнення матриці $[\underline{Y}_{пр}]$, яке дорівнює добутку $(-1)^{1+1+2+2} = 1$ та мінора, отриманого після викреслювання двох рядків і двох стовпців з номерами 1 та 2. Для отримання записів матриць (5), (6) була використана теорема із теорії визначників $\Delta_{aa,bb} = (\Delta_{aa} \cdot \Delta_{bb} - \Delta_{ab} \cdot \Delta_{ba})/\Delta$ [1].

Для прикладу замінімо нескладне пасивне коло 3C-2R, схема якого зображена на рис. 2,а, чотириполіусником з основною системою у \underline{A} -параметрах. Параметри елементів 3C-2R кола: $R_1 = 100(\text{Ом})$, $R_2 = 50(\text{Ом})$, $C_1 = 10(\text{мкФ})$, $C_2 = 5(\text{мкФ})$, $C_3 = 15(\text{мкФ})$, $\omega = 314(\text{рад/с})$.

Спочатку сформуємо вузлову матрицю провідностей для 3C-2R схеми, а потім виконаємо розрахунки \underline{A} -параметрів за виразами (6) у системі Mathcad (рис. 2,б). Математична модель 3C-2R схеми набуває вигляду $\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = [\underline{A}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$.



а)

$$A3C2R \text{ float, } 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 0.963 + 0.863i & 150.0 + 7.85i \\ -0.00308 + 0.0093i & 0.975 + 0.549i \end{pmatrix}$$

б)

Рисунок 2 – Коло 3C-2R: схема (а), A-параметри макромоделі (б).

Математичні макромоделі для складних кіл потребують схемної інтерпретації для вбудовування у пакети програм схемотехнічного проектування. Пропонується обирати схему заміщення, виходячи із специфіки задачі [3]. Щоб отримати вирази для обчислення параметрів обраної схемної макромоделі, потрібно апіорі знайти зв'язок між її параметрами та параметрами математичної макромоделі. Вбачається зручною, наприклад, 3C-2R схема, що не має в своєму складі резисторів між вхідним 1 та вихідним 2 вузлами і загальним вузлом, які утворюють подільники напруги та деформують амплітуди сигналів.

Отримаємо формули для обчислення параметрів компонентів 3C-2R схеми (рис. 2,а) за елементами матриці вузлових провідностей (7).

$$[\underline{Y}_{\text{пр}}] = \begin{bmatrix} G_1 + j\omega C_1 & -G_1 & 0 \\ -G_1 & G_1 + G_2 + j\omega C_2 & -G_2 \\ 0 & -G_2 & G_2 + j\omega C_3 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Спочатку розрахуємо алгебраїчні доповнення матриці (7) і сформуємо матрицю Y-параметрів математичної моделі 3C-2R за виразами (5).

$$[\underline{Y}] = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}, \quad \text{де}$$

$$G_{11} = G_1 - \frac{G_1^2(G_1 + G_2)}{(G_1 + G_2)^2 + \omega^2 C_2^2}, \quad B_{11} = \omega C_1 + \frac{\omega C_2 G_1^2}{(G_1 + G_2)^2 + \omega^2 C_2^2},$$

$$G_{12} = \frac{-G_1 G_2 (G_1 + G_2)}{(G_1 + G_2)^2 + \omega^2 C_2^2}, \quad B_{12} = \frac{+\omega C_2 G_1 G_2}{(G_1 + G_2)^2 + \omega^2 C_2^2},$$

$$G_{21} = \frac{G_1 G_2 (G_1 + G_2)}{(G_1 + G_2)^2 + \omega^2 C_2^2}, \quad B_{21} = \frac{-\omega C_2 G_1 G_2}{(G_1 + G_2)^2 + \omega^2 C_2^2},$$

$$G_{22} = -G_2 + \frac{G_2^2 (G_1 + G_2)}{(G_1 + G_2)^2 + \omega^2 C_2^2}, \quad B_{22} = \frac{-\omega C_2 G_2^2}{(G_1 + G_2)^2 + \omega^2 C_2^2} - \omega C_3.$$

Потім, скориставшись співвідношеннями (8), виразимо параметри компонентів схеми через дійсні та уявні частини комплексних \underline{Y} -параметрів:

$$G_1 = \frac{G_{11} \cdot G_{22} + (G_{12})^2}{G_{22} - G_{12}}, \quad G_2 = \frac{G_{11} \cdot G_{22} + (G_{12})^2}{-(G_{11} + G_{12})}, \quad (9)$$

$$C_1 = \frac{B_{21} \cdot G_1 / G_2 + B_{11}}{\omega}, \quad C_2 = \frac{(G_1 + G_2) B_{21}}{\omega G_{12}}, \quad C_3 = \frac{B_{21} \cdot G_2 / G_1 - B_{22}}{\omega}.$$

За виразами (9) можна синтезувати схемну макромодель пасивного кола будь-якої складності у вигляді 3С-2R схеми. При аналізі надто великих RLC схем потрібно виділити найпростіші і типові чотириполюсники і встановити способи їх з'єднання. При декомпозиції RLC-схеми форма основних рівнянь часткових макромоделей обирається залежно від типу з'єднання підсхем. Наприклад, при каскадному увімкненні підсхем, яке моделює пряму передачу сигналів, зручно використовувати \underline{A} -форму, тому що матриця параметрів макромоделі усього RLC-кола дорівнює добутку матриць \underline{A} -параметрів підсхем. При паралельному, послідовному, послідовно-паралельному і паралельно-послідовному увімкненні підсхем матриця еквівалентної макромоделі кола визначається сумою, відповідно, матриць \underline{Y} -, \underline{Z} -, \underline{H} - та \underline{F} -форм макромоделей підсхем.

Проілюструємо макромодельовання RLC-кола на прикладі схеми із семи каскадно увімкнених підсхем однакової конфігурації (рис. 3,а,б).

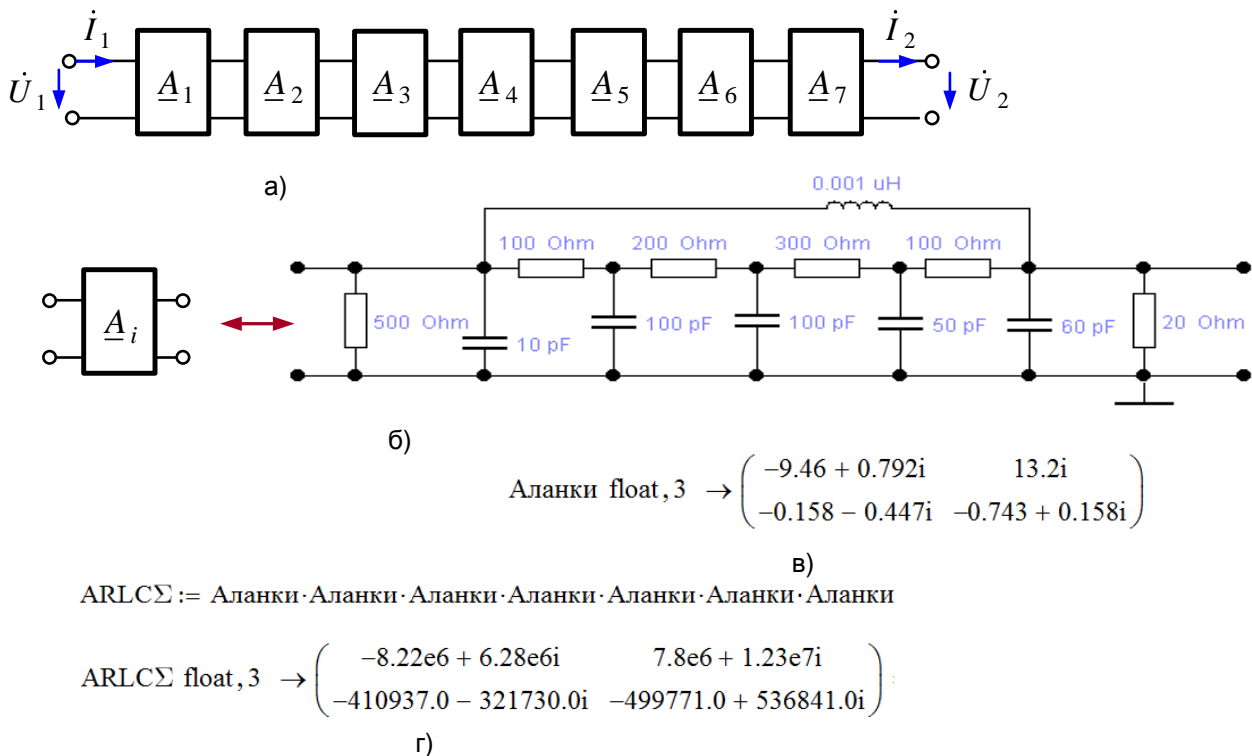


Рисунок 3 – RLC-коло із 7 каскадно з'єднаних однакових підсхем: структурна схема (а), схема заміщення підсхеми (б), \underline{A} -параметри макромоделі підсхеми (в), \underline{A} -параметри макромоделі RLC-кола (г).

Формуємо матрицю вузлових провідностей кожної із семи однакових підсхем (рис. 3,б):

$$Y_{\text{пр float,3}} \rightarrow \begin{pmatrix} 0.012 + 0.0562i & -0.01 & 0 & 0 & 0.0758i \\ -0.01 & 0.015 + 13.2i & -0.005 & 0 & 0 \\ 0 & -0.005 & 0.00833 + 1.32i & -0.00333 & 0 \\ 0 & 0 & -0.00333 & 0.0133 + 0.66i & -0.01 \\ 0.0758i & 0 & 0 & -0.01 & 0.06 + 0.716i \end{pmatrix} \quad (10)$$

Матрицю \underline{A} -параметрів макромоделі підсхеми $[\underline{A}_{\text{ланки}}]$ обчислюємо за виразами (6) на частоті збудження $\omega_0 = 1,32 \cdot 10^{10}$ (рад/с) (рис. 3,в). \underline{A} -параметри макромоделі 7-ланкової схеми визначаємо як добуток матриць окремих підсхем (рис. 3,г). Обираємо 3C-2R схему (рис. 2,а) за макромодель 7-ланкового кола і за допомогою виразів (9) отримуємо значення параметрів її компонентів після обчислення \underline{Y} -параметрів макромоделі кола:

$$G_1 = 0,013 \text{ (См)}, G_2 = 0,061 \text{ (См)}, C_1 = 3,7 \text{ (пФ)}, C_2 = 8,76 \text{ (пФ)}, C_3 = 53,71 \text{ (пФ)}.$$

Висновки. 1. Запропоновано обчислювати параметри макромоделей складних RLC-схем через визначник та алгебраїчні доповнення матриці вузлових провідностей схеми з наступним аналізом макромоделі в якості чотириполюсника.

2. Представлена 3C-2R схема заміщення складного пасивного кола як схемна інтерпретація математичної макромоделі (2) для вбудовування у пакети програм схемотехнічного проектування та отримані вирази (9) для обчислення параметрів компонентів цієї схеми за визначником та алгебраїчними доповненнями матриці вузлових провідностей складного кола. Набір подібних схем заміщення може і повинен бути розширений, що дасть змогу стандартизувати макромоделі та формувати бібліотеки базових схем.

3. У схемах надто великої розмірності пропонується попередньо виділяти окремі підсхеми-чотириполюсники і створювати макромоделі цих підсхем, обчислюючи параметри одночасно за елементами матриці вузлових провідностей, а потім об'єднувати у загальну макромодель схеми. Якщо схемною інтерпретацією обрана 3C-2R схема, то обчислювати параметри компонентів цієї схеми потрібно за виразами (9).

Перелік посилань

1. Сигорский, В. П. Основы теории электронных схем [Текст] / В. П. Сигорский, А. И. Петренко. – 2-е изд. – Киев: Вища школа, 1971. – 566 с.

2. Електротехніка. ТЕ-2. Усталені процеси в електричних колах однофазного синусоїдного струму [Електронний ресурс]: дистанційний курс / А. А. Щерба, І. А. Петренко, Л. І Спінул, В. П. Грудська, О. М. Скриннік, І. А. Курило та інші. к – 54,48 авт.арк., 17,1 Мб. – Київ: УІТО НТУУ «КПІ», сертифікат НІМ № 2549, 2012. – Режим доступу до курсу: <http://udc.ntu-kpi.kiev.ua/moodle/course/view/php?id=195>.

3. Петренко А.И., Петренко И.А. Алгоритм сокращения размерности моделей RLC-схем // Электроника и связь. – 2004. – №23. – С. 49...56.