

ОСОБЛИВОСТІ ВІРТУАЛЬНОГО ФІЗИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З ВИКОРИСТАННЯМ БЛОКІВ БІБЛІОТЕКИ *SIMMECHANICS*

Романчук А.О., Теремішук С.С., магістранти, Толочко О. І., д.т.н., проф.
КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра автоматизації електромеханічних систем
та електроприводу

Вступ. При керуванні електромеханічними об'єктами у складі систем автоматизованого електроприводу постає задача адекватного математичного опису механічної частини електроприводу при наявності у ній пружно-в'язких кінематичних передач, декількох ступенів свободи, елементів зі змінним моментом інерції, тощо. До таких механізмів належать екскаватори, підіймально-транспортні машини, конвеєри, верстати, роботи та ін. Для їх математичного опису використовують досить складний математичний апарат, при застосуванні якого можна припуститися помилок. Джерелом похибок у математичних моделях можуть бути також не достатньо обґрунтовані нехтування деякими явищами з метою спрощення математичного опису, зокрема його лінеаризації.

Альтернативою математичним моделям є так звані віртуальні фізичні моделі, які можна скласти без наявності математичного опису досліджуваних об'єктів. Наразі спостерігається тенденція доповнення моделюючих програм бібліотеками віртуальних фізичних блоків. Зокрема, одна з найбільш популярних програм структурного математичного моделювання *Simulink* пакета *MATLAB* розширена бібліотеками віртуальної фізичної лабораторії *SimScape*, однією з яких є бібліотека механічних блоків *SimMechanics (SM)*.

SM-моделі відображають фізичну структуру механізмів, геометричні та кінематичні відношення їх компонентів. *SimMechanics* автоматично перетворює ці блочні зображення в еквівалентну математичну модель.

Всупереч уявній простоті створення таких моделей у процесі їх розробки виявляється, що вони не так вже і схожі на загальноприйняті зображення кінематичних схем і тим паче на реальні з'єднання механічних деталей, потребують введення великої кількості параметрів, знання правил перетворення систем координат, вміння обчислювати моменти інерції різноманітних тіл, просторового уявлення та врахування багатьох умовних правил. Все це, а також обмежений набір кінематичних передач, перешкоджає широкому використанню віртуальних механічних моделей, хоча у багатьох випадках це дозволило б значно скоротити термін і якість дослідження складних механічних та електромеханічних систем.

Тому публікації, спрямовані на роз'яснення труднощів, що виникають у процесі створення віртуальних математичних моделей, і шляхів їх подолання, є корисними.

Метою роботи є відображення особливостей віртуального фізичного моделювання механічних об'єктів з використанням блоків бібліотеки *SimMechanics* у середовищі *MATLAB-Simulink* на простих прикладах.

Матеріали і результати досліджень. Розглянемо модель вантажу, підвішеного до нерухомої опори, який при виведенні його із стану рівноваги, тобто при відхиленні осі канат-вантаж від вертикалі, починає коливатися. Такий механічний об'єкт є складовою частиною багатьох підйимально-транспортних машин. Зазвичай, при математичному описі такого об'єкта його вважають математичним маятником – точковим тілом масою m , підвішеним до нерозтяжної і невагомої нитки довжиною L , що, будучи відхиленним від вертикалі на деякий кут φ_0 у певній площині, здійснює коливання у цій же площині під дією сили власного тяжіння $P = mg$ без врахування будь-яких сил опору ($F_c = 0$). Така уява можлива, якщо розміри вантажу набагато менші за довжину нитки, маса вантажу набагато більша маси нитки, довжина нитки та її пружні властивості не занадто великі, щоб ними не можна б було знехтувати, сили опору коливальному руху відсутні.

Основні правила створення віртуальних фізичних *SM*-моделей викладено у [1-3]. Модель математичного маятника, розроблена за цими правилами, наведена на рис. 1.

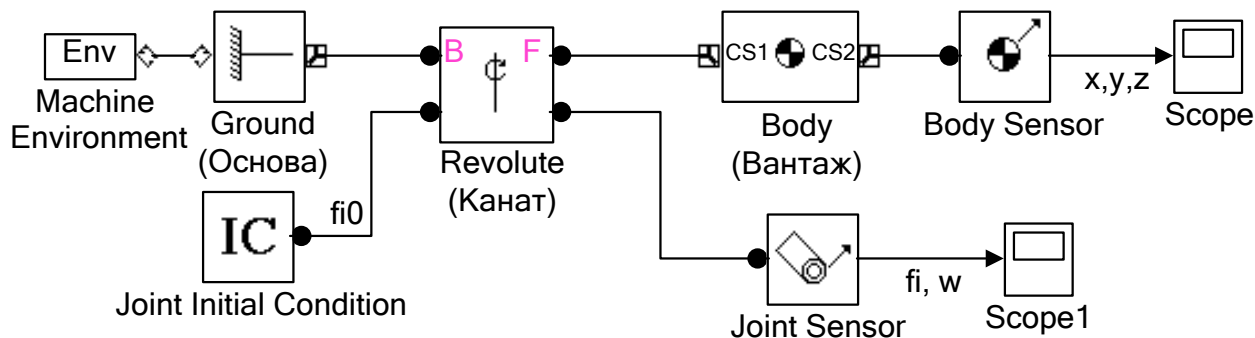


Рисунок 1 – Віртуальна фізична *SM*-модель математичного маятника

Комбінація блоків *Machine Environment* і *Ground* задає гравітаційні сили, прикладені до центру координат та їх орієнтацію в заданій системі відліку. Щоб приєднати блок *Ground* до блоку *Machine Environment*, треба активізувати його параметр *Show Machine Environment port*.

Переміщення окремих елементів кінематичної схеми може здійснюватися у різних системах координат. Мировою (*World*) системою координат (СК) вважають декартову 3-вимірну СК x,y,z , в якій вісь x спрямована праворуч, вісь y – догори, а вісь z перпендикулярна площині xy та спрямована на глядача. Центр мирової СК має координати $[0\ 0\ 0]$. Саме цьому прискорення вільного падіння $g = 9,81$ м/с, що задає напрям сил гравітації у блоці *Machine Environment* задано від'ємним ($[0\ -9.81\ 0]$).

Нерухома основа (*Ground*), до якої послідовно прив'язуються частини механічної моделі може мати як мирову СК, так і іншу СК, зсунуту відносно мирової у просторі. Координати центру цієї СК і є єдиним параметром блоку *Ground*. У даному СК основи визначена як мирова.

До основи приєднано кінематичний зв'язок *Revolute*, що утворює із нерухомої опори *Ground* та тіла *Body* з точковою масою m кінематичну пару з одним обертовим ступенем свободи навкруги осі z , що задається параметром

Axis of Action $[x \ y \ z]$, який у даному прикладі має значення $[0 \ 0 \ 1]$. До невагомго з'єднання (нитка, канат) і тіла з точковою масою (вантаж) приєднані відповідні датчики *Joint Sensor* та *Body Sensor*. Обрані для візуалізації сигнали фіксуються будь-якими вихідними блоками *Simulink*-бібліотеки *Sinks*. Початкове відхилення вантажу φ_0 задає блок *Joint Initial Condition (IC)*, приєднаний до блоку *Revolute*.

Така модель наведена у джерелі [2]. Там же наведено результати її моделювання з такими параметрами: $m=0.2$ кг, $L=0.5$ м, $\varphi_0 = 50^\circ$. У блоці *Body* встановлено також координати центра гравітації *CG* ($[0 \ -L \ 0]$) та тензор моментів інерції $\mathbf{J} = \text{diag}([mL^2 \ 0 \ mL^2])$, що складається з моментів інерції точкового тіла відносно осей x, y, z , що проходять через точку прикріплення маятника до основи. Результати симуляції, отримані за допомогою описаної моделі, наведені на рис. 2.

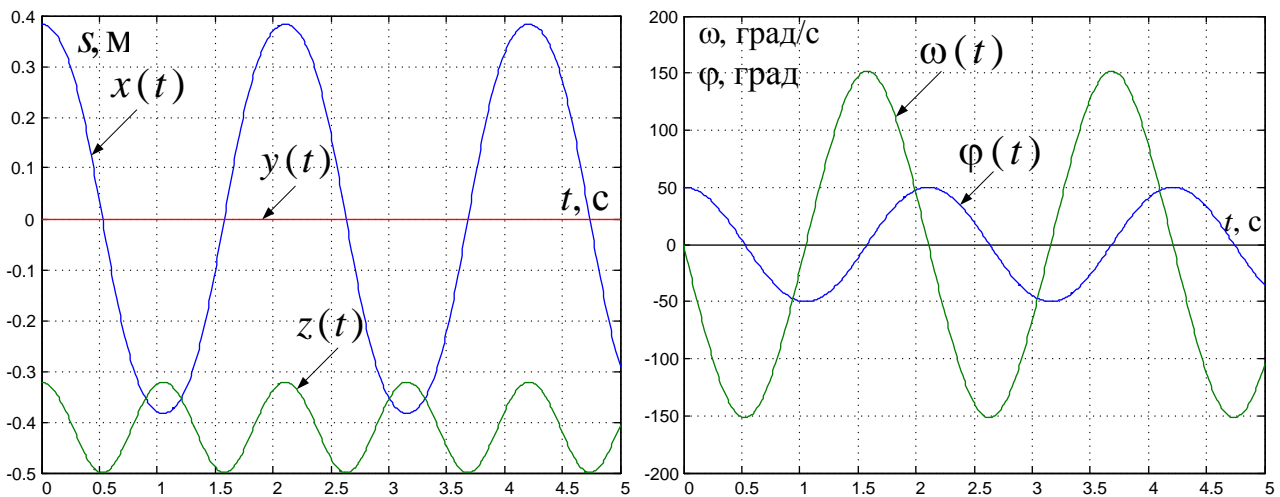


Рисунок 2 – Графіки власних рухів математичного маятника, отримані за допомогою моделі рис. 1 при $\mathbf{J} = \text{diag}([mL^2 \ 0 \ mL^2])$

Для оцінки адекватності запропонованої моделі скористаємося відомими результатами аналізу математичної моделі ідеалізованого маятника.

Його математичний опис можна подати у вигляді диференціальних рівнянь (ДР)

$$-mgL \sin \varphi = mL^2 \frac{d\omega}{dt}, \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega. \quad (1)$$

При невеликих кутах відхилення маятника ($\varphi_0 \leq 10^\circ$), коли справедливий вираз $\sin \varphi \approx \varphi$, перше ДР можна лінеаризувати. У результаті отримуємо:

$$-gL\varphi = mL^2 \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (2)$$

Характеристичний поліном лінеаризованого об'єкта має вигляд

$$T_l^2 s^2 + 1 = 0, \quad T_l = \sqrt{L/g}, \quad (3)$$

а перехідні процеси, зумовлені початковим відхиленням маятника на кут φ_0 ($\varphi(0) = \varphi_0, \omega(0) = 0$) описуються рівняннями

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos \Omega_l t, \quad \omega(t) = -\varphi_0 \Omega_l \sin \Omega_l t \quad (4)$$

де $\Omega_l = 1/T_l$ – кругова частота власних (невимушених) коливань лінеаризованої моделі математичного маятника. У відповідності з (3) період коливань становить

$$T_k = 2\pi T_l = 2\pi \sqrt{L/g}, \quad (5)$$

що для обраних параметрів складає 1,42 с.

При $\varphi_0 \leq 60^\circ$ наведену формулу можна дещо уточнити:

$$T_{kn} = 2\pi \sqrt{L/g} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\varphi_0}{2} \right). \quad (6)$$

Розрахунок за останньою формулою дає результат 1.48 с, а на графіках рис. 2 період коливань дорівнює 2,1 с, що свідчить про її неадекватність. Крім того, встановлено, що зміна маси тіла також приводить до зміни періоду коливань та амплітуд деяких сигналів, що не збігається з відомими теоретичними положеннями.

Цей приклад свідчить про те, що навіть при створенні такої простої моделі можна припуститися деяких помилок. Для їх виявлення треба порівнювати між собою результати математичного та віртуального фізичного моделювання. Усувати їх потрібно коригуванням сумнівних параметрів або з'єднань. Наприклад, при створенні досліджуваної моделі могли виникнути такі питання:

- як задати позицію маятника: з урахуванням відхилення від стану рівноваги або у рівноважному стані?
- як задати вектор моментів інерції: відносно осей, що перетинаються у точці закріплення нитки чи відносно осей, що перетинаються у центрі гравітації?

У процесі досліджень встановлено, що для відповідності *SM*-моделі теоретичним відомостям та для її збіжності з відповідною *Simulink*-моделлю треба дотримуватися таких правил:

- 1) якщо у блоці *IC* встановлено початковий ненульовий кут відхилення нитки від вертикалі, то позиція центру тяжіння (*CG*) та кінця нитки, прикріпленої до вантажу задається у рівноважному стані маятника ($[0 \ -L \ 0]$); так само визначається і їх орієнтація у просторі – ($[0 \ 0 \ 0]$);
- 2) якщо викинути блок *IC*, то позицію центру тяжіння слід задавати у вигляді $[L \sin \varphi_0 \ -L \cos \varphi_0, \ 0]$, а просторову орієнтацію – $[0 \ 0, \ \varphi_0]$; при фіксації кутових координат початковий кут відхилення треба додати до вимірюваного кута за допомогою *Simulink*-блоку *Sum*.
- 3) моменти інерції треба задавати відносно осей, що перетинаються між собою у центрі гравітації; у нашому випадку (для точкової маси) це буде матриця з нульовими елементами: $\mathbf{J}_{CG} = \text{zeros}(3,3)$. Момент інерції відносно осей, паралельних осям, що проходять через центр гравітації, але зсунутих від центру гравітації на відстань d розраховується за формулою Гюйгенса-Штейнера $\mathbf{J}_{Gxyz} = \mathbf{J}_{CGxyz} + m \cdot \text{diag}([d_x^2, d_y^2, d_z^2])$ вочевидь самою системою *MATLAB*.

Результати симуляції, отримані після коригування поданої на рис. 1 моделі з урахуванням перелічених вище міркувань подані на рис. 3, з якого видно, що тепер перебіг перехідних процесів повністю збігається з теоретичними положеннями.

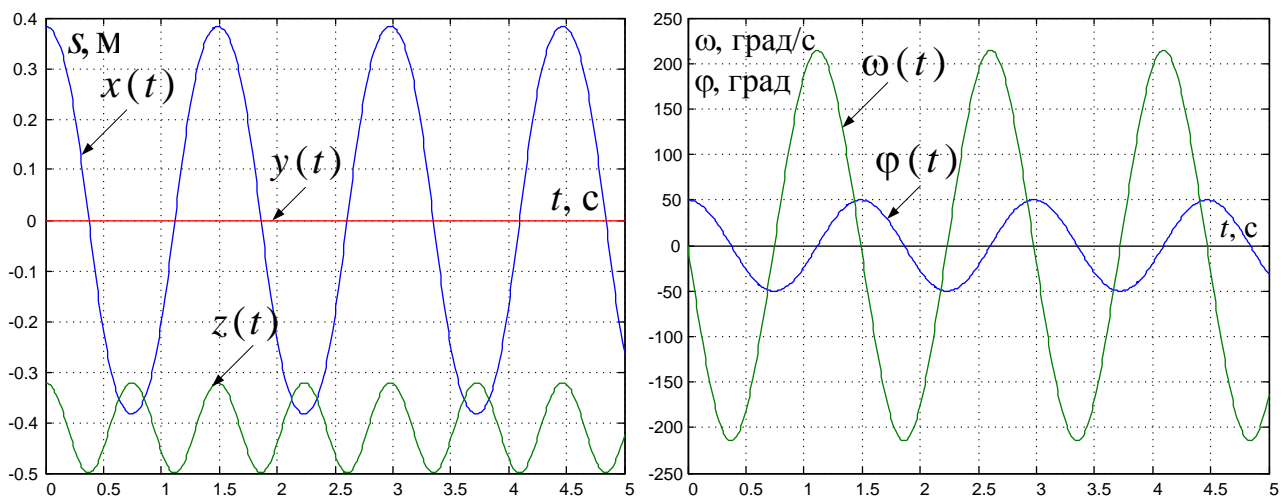


Рисунок 3 – Графіки власних рухів математичного маятника, отримані за допомогою моделі рис. 1 при $\mathbf{J} = \mathbf{J}_{CG} = \text{zeros}(3,3)$

Висновки.

1) При дослідженні систем автоматизованого електроприводу методом математичного моделювання механічну частину приводу іноді доцільно подавати у вигляді віртуальних математичних моделей.

2) Перевагою віртуальних механічних моделей є можливість їх розробки без використання математичного опису досліджуваного об'єкта, а недоліком – наявність великої кількості параметрів, правила визначення яких є не зовсім зрозумілими.

3) Визначити і усунути помилки у віртуальних моделях можна шляхом коригування сумнівних параметрів та з'єднань у процесі порівняння результатів структурного математичного та віртуального фізичного моделювання.

4) Напрямок подальших досліджень є поступове ускладнення об'єктів віртуального фізичного моделювання та створення бібліотеки віртуальних механічних систем, що найчастіше використовуються у якості об'єктів керування та автоматизації.

Перелік посилань

1. SimMechanics 2. User's Guide. Matlab & Simulink. COPYRIGHT 2001–2007 by the MathWorks, Inc.

2. Мусалимов В.М. Моделирование мехатронных систем в среде MATLAB (Simulink / SimMechanics): учебное пособие для высших учебных заведений / В.М. Мусалимов, Г.Б. Заморуев, И.И. Калапышина, А.Д. Перечесова, К.А. Нуждин – СПб: НИУ ИТМО, 2013. – 114 с.

3. Дьяконов В.П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5 в математике и моделировании. Полное руководство пользователя. – М.: СОЛОН-Пресс, 2003. – 576 с.