

ВИКОРИСТАННЯ МАТРИЧНОЇ ЕКСПОНЕНТИ ДЛЯ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ ДВИГУНОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Костерев М.В., д.т.н., проф., Златов С.О., студент
КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра електричних станцій

Вступ. Сучасний стан електроенергетичної системи (ЕЕС) України та її підсистем характеризується високою зношеністю електрообладнання, яка досягає 70 – 80 %, збільшенням кількості обладнання з відпрацьованим ресурсом, темпи якого сягають 2 – 6 % на рік, напруженим режимом використання зношеного електрообладнання та слабкими тенденціями до його заміни та модернізації. Це призводить до збільшення кількості технологічних порушень та відмов електрообладнання. Наслідком відмов обладнання є розвиток в ЕЕС аварійних ситуацій, які можуть призвести до повного погашення ЕЕС, порушення статичної та динамічної стійкості, порушення технологічних процесів підприємств-споживачів зі значними економічними та матеріальними збитками. Заміна та модернізація обладнання, які спроможні підвищити надійність електропостачання споживачів, вимагають значних інвестицій і є тривалими у часі.

Для підвищення надійності роботи ЕЕС необхідно знати які її вузли або підсистеми є найбільш слабкими з точки зору стійкості, щоб мати можливість виконати ефективні превентивні дії для підвищення надійності слабких підсистем та всієї ЕЕС в цілому. Світові тенденції розвитку методів і засобів забезпечення надійної роботи ЕЕС свідчать про зростання ролі ризик-менеджменту (Risk-Based Asset Management) при прийнятті достовірних рішень для превентивного управління. Застосування стратегії ризик-менеджменту при керуванні ЕЕС вимагає визначення ризику як інтегрального показника функціонування ЕЕС який дає можливість враховувати перераховані фактори і, таким чином, найбільш повно та достовірно характеризувати стан ЕЕС та її підсистем на відміну від детермінованого підходу.

Необхідність прийняття достовірних рішень та визначення превентивних дій для підвищення надійності роботи ЕЕС в цілому та вузлів навантаження вимагає комплексного підходу, який би об'єктивно враховував такі фактори як: випадковість відмов електрообладнання, стохастичний характер режиму вузлів навантаження ЕЕС, можливий сценарій розвитку аварії, технічні, економічні, екологічні наслідки та існуючу неповноту та нечіткість вхідної інформації. Пошук оптимальних управлінських рішень за такої кількості негативних чинників і невизначеностей полягає у сфері оцінювання ризиків. В разі необхідності виконати прогностичну оцінку ризику виникнення аварії на інтервалі часу доцільним є імовірнісний підхід.

На даний час існує суперечність між визначенням режиму вузлів навантаження і реальним технічним станом обладнання: в більшості випадків режими встановлюються без урахування фактичної працездатності обладнання, що може дати або занадто оптимістичні, або занадто негативні оцінки стійкості вузлів навантаження з динамічними елементами (двигунами).

Аналіз літературних джерел та постановка задачі. Використані в даний час методи аналізу стійкості енергосистем і її елементів базуються на визначенні коренів характеристичного рівняння відповідно до теоремами Ляпунова або застосуванні практичних методів [4, 5, 6, 7, 11]. Визначення коренів характеристичного рівняння є складним і трудомістким завданням, практичні методи можуть дати значну похибку. Крім того, до уваги береться ймовірність відмови обладнання (наприклад, відмова лінії електропередачі або трансформатора). Тому доцільно використати простіші в алгоритмічні підходи до оцінки стійкості синхронного навантаження з урахуванням ймовірності відмови обладнання.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є використання матричної експоненти для аналізу статичної стійкості підсистем ЕЕС на прикладі синхронного двигуна з урахуванням ймовірності відмови одного з трансформаторів.

Математична модель та метод оцінки статичної стійкості двигунового навантаження [1]. Розглянемо математичну модель синхронного двигуна з урахуванням наступних припущень: не враховуються електромагнітні перехідні процеси і активний опір обмотки статора; на роторі відсутні демпферні обмотки; не враховується регулятор збудження:

$$1) U_d = -x_q \cdot i_q; \quad 2) U_q = e'_q + x'_d \cdot i_q; \quad 3) \frac{de'_q}{dt} = \frac{1}{T_{f0}} \cdot [-e'_q + (x_d - x'_d) \cdot i_d + E_q];$$

$$4) \frac{dS}{dt} = \frac{1}{T_j} \cdot [m_c - (e'_q \cdot i_q + (x_q - x'_d) \cdot i_d \cdot i_q)]; \quad 5) \frac{d\delta}{dt} = \omega \cdot S$$

Лінеаризація приведених рівнянь дає наступну модель

$$1) \frac{d\Delta e'_q}{dt} = -\frac{1}{T'_d} \cdot \Delta e'_q - C_1 \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta \delta + 0 \cdot \Delta S; \quad 2) \frac{d\Delta \delta}{dt} = 0 \cdot \Delta e'_q + 0 \cdot \Delta \delta + \omega \cdot \Delta S;$$

$$3) \frac{d\Delta S}{dt} = -C_2 \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta e'_q - C_2 \cdot e'_q \cdot \cos \delta_0 \cdot \Delta \delta - D \cdot \Delta S - C_3 \cdot 2 \cdot \cos 2\delta_0 \cdot \Delta \delta$$

Математичну модель синхронного двигуна представим в формі:

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x,$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T'_d} & -C_1 \cdot \sin \delta_0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega \\ -C_2 \cdot \sin \delta_0 & -C_2 \cdot e'_q \cdot \cos \delta_0 - C_3 \cdot 2 \cdot \cos 2\delta_0 & -D \end{bmatrix}$$

У відповідності з методом, викладеним в [1], аналіз стійкості будемо виконувати на основі матричної експоненти:

$$e^{A\Delta t} = E + \Delta t \cdot A + \frac{\Delta t^2}{2!} \cdot A^2 + \frac{\Delta t^3}{3!} \cdot A^3 + \dots$$

Задається вектор початкових відхилень координат моделі двигуна x_0 , причому, цей вектор може бути визначений як різниця координат в доаварійному і післяаварійному режимі, а якщо йдеться про одноразове обурення. У загальному випадку цей вектор може бути заданий довільно, так як стійкість руху визначається поведінкою матричної експоненти. Задавати цей

вектор слід у випадках, коли виникає необхідність у спостереженні за траєкторіями координат, з тим, щоб з'ясувати характер розвитку процесу.

Матрична експонента послідовно зводиться в k -ту ступінь і на кожному етапі перевіряється стійкість об'єктів: Якщо при зведенні матричної експоненти в k -ту ступінь виконується нерівність

$$\frac{1}{n} |Sp H^k| > 1, \quad (1)$$

то незбурений рух нестійкий; Якщо при послідовному зведенні матричної експоненти в k -ту ступінь справедливі наступні n нерівностей

$$|h_{ii}(k)| + \sum |h_{ij}(k)| < 1, \quad (2)$$

тоді незбурений рух асимптотично стійкий.

Приклад. Вихідна інформація для синхронного двигуна: $P = -0,9$; $Q = -0,7$; $x_d = 1,5$; $x_q = 1,2$; $x'_d = 0,3$; $T_{f0} = 5$; $T_j = 10$; $U = U^* + jU'' = 1.05 + j0,3$. Приймаємо в матричній експоненті величину $\Delta t = 0.001$ с. Імовірність відмови одного з трансформаторів, що живлять вузол навантаження $p_T = 0.04$. Інтервал часу, на якому розглядається стійкість, дорівнює трьом місяцям.

1. Визначення модуля і кута напруги в комплексній площині:

$$U = \sqrt{(U^*)^2 + (U'')^2} = \sqrt{1.05^2 + 0.3^2} = 1,092; U^2 = 1.1925$$

$$\operatorname{tg} \varphi_u = \frac{0.3}{1.05} = 0.285; \varphi_u = 16^\circ - \text{кут між вектором напруги і дійсною}$$

віссю в комплексній площині.

2. Визначення струмів в комплексній площині

$$\Gamma = \frac{PU + QU''}{U^2} = \frac{-0.9 \cdot 1.05 - 0.7 \cdot 0.3}{1.1925} = -0.9685$$

$$\Gamma = \frac{PU + QU''}{U^2} = \frac{-0.9 \cdot 1.05 - 0.7 \cdot 0.3}{1.1925} = -0.9685$$

$$\Gamma'' = \frac{PU'' - QU^*}{U^2} = \frac{-0.9 \cdot 0.3 - (-0.7 \cdot 1.05)}{1.1925} = 0.3899$$

$$I = \sqrt{(\Gamma)^2 + (\Gamma'')^2} = \sqrt{(-0.9685)^2 + 0.3899^2} = 1.044$$

$$\operatorname{tg} \varphi_i = \frac{0.3899}{-0.9685} = -0.402 (22^\circ); \varphi_i = -22^\circ + 180^\circ = 158^\circ - \text{це кут між}$$

вектором струму напруги і дійсною віссю в комплексній площині.

3. Визначення фіктивної ЕРС E_Q та кута δ :

$$E_Q = \sqrt{\left(U + \frac{Q \cdot x_q}{U}\right)^2 + \left(\frac{P \cdot x_q}{U}\right)^2} = \sqrt{\left(1.092 + \frac{(-0.7) \cdot 1.2}{1.092}\right)^2 + \left(\frac{(-0.9) \cdot 1.2}{1.092}\right)^2} =$$

$$\sqrt{0.3227^2 + (-0.989)^2} = 1.04$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{(-0.989)}{0.3227} = -3.06; \delta = -71^\circ$$

4. Визначення кута навантаження φ між векторами струму і напруги

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} = \frac{-0.7}{-0.9} = 0.7777; \varphi = 180 - 38^\circ = 142^\circ$$

5. Визначення кута ε - між вектором струму і поперечною віссю на основі векторної діаграми $\varepsilon = \delta + \varphi - 180 = 71 + 142 - 180 = 33^\circ$

6. Визначення складових струму і напруга по осі $d - q$

$$I_d = -I \cdot \sin(\varepsilon) = -1.044 \cdot \sin(33) = -0,5683$$

$$I_q = -I \cdot \cos(\varepsilon) = -1.044 \cdot \cos(33) = -0,8756$$

$$U_d = U \cdot \sin(\delta) = 1.092 \cdot \sin(71) = 1.0325$$

$$U_q = U \cdot \cos(\delta) = 1.092 \cdot \cos(71) = 0.3554$$

7. Визначення ЕРС

$$E_q = U_q - x_d \cdot I_d = 0.3554 - 1.5 \cdot (-0.5685) = 1.208$$

$$E'_q = U_q - x'_d \cdot I_d = 0.3554 - 0.3 \cdot (-0.5685) = 0.526$$

Побудова матричної експоненти

$$e^{A\Delta t} = E + \Delta t \cdot A + \frac{\Delta t^2}{2!} \cdot A^2 + \frac{\Delta t^3}{3!} \cdot A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + 0,001 \cdot$$

$$\begin{bmatrix} -0.2 & -0.2843 & 0 \\ 0 & 0 & 314 \\ -(-0.3441) & -0.2971 & -49.9 \end{bmatrix} + \frac{0,001^2}{2!} \cdot \begin{bmatrix} -0.2 & -0.2843 & 0 \\ 0 & 0 & 314 \\ -(-0.3441) & -0.2971 & -49.9 \end{bmatrix}^2 + \frac{0,001^3}{3!} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} -0.2 & -0.2843 & 0 \\ 0 & 0 & 314 \\ -(-0.3441) & -0.2971 & -49.9 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 1 & -2.843 \cdot 10^{-4} & -4,389 \cdot 10^{-5} \\ 5.311 \cdot 10^{-5} & 1 & 0,306 \\ 3.355 \cdot 10^{-4} & -2.899 \cdot 10^{-4} & 0.951 \end{bmatrix}$$

Піднесення матричної експоненти в степінь 32 дало:

$$(e^{A\Delta t})^{32} = \begin{bmatrix} 5,574 \cdot 10^{-11} & -1,368 \cdot 10^{-11} & -8,737 \cdot 10^{-11} \\ 1.057 \cdot 10^{-10} & -2,595 \cdot 10^{-11} & -1,657 \cdot 10^{-10} \\ -2,489 \cdot 10^{-13} & 6,108 \cdot 10^{-14} & 3,902 \cdot 10^{-13} \end{bmatrix}$$

Безпосередня перевірка виконання критерія (2) вказує на те, що рух двигуна асимптотично стійкий.

Висновок. Для оцінки порушення стійкості двигунового навантаження запропоновано застосування матричної експоненти, алгоритмічна реалізація якої простіше, ніж використання коренів характеристичного рівняння. Даний підхід використовується для визначення ймовірності порушення стійкості двигунового навантаження в залежності від випадкового значення навантаження у вузлах енергосистеми та при наявності відмов трансформаторів та ліній електропередач.

Перелік посилань

1. Костерев Н.В. Моделирование и динамика атомных электростанций при возмущениях в энергосистеме / Н.В. Костерев. – К.: Вищ. шк., 1986. – 168 с.
2. Костерев М.В. Питання побудови нечітких моделей оцінки технічного стану об'єктів електричних систем / М.В. Костерев, Є.І. Бардик. – К.: НТУУ «КПІ», 2011. – 148 с.
3. Kosterev M.V., Vardyk E.I., Litvinov V.V. Risk Estimation of Induction Motor Fault in Power System // WSEAS TRANSACTIONS on POWER SYSTEMS. – 2013, October, Vol. 8. - pp217 – 226.
4. Гуревич Ю.Е. Расчеты устойчивости и противоаварийной автоматики в энергосистемах / Ю.Е. Гуревич, Л.Е. Либова, А.А. Окин. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 390 с.
5. Гуревич Ю.Е. Устойчивость нагрузки электрических систем / Ю.Е. Гуревич, Л.Е. Либова, Э.А. Хачатрян. – М.: Энергоиздат, 1981. – 209 с.
6. Маркович И.М. Режимы энергетических систем. – М.: Энергия, 1969. – 352с.
7. Сыромятников И.А. Режимы работы асинхронных и синхронных электродвигателей / И.А. Сыромятников. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 527 с.
8. Сивокобыленко В.Ф. Переходные процессы в системах электроснабжения собственных нужд электростанций / В.Ф. Сивокобыленко, В.К. Лебедев. – Донецк: РВА ДонНТУ, 2002. – 136 с.
9. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Наука, 1973. – 312 с.
10. Стійкість енергосистем. Керівні вказівки. – Київ: Видавництво “КВІЦ”, 2002. – 48с.

11. Жданов П.С. Вопросы устойчивости электрических систем. – М., Энергия, 1979. – 456 с.