

СТЕНД ПО ДОСЛІДЖЕННЮ МЕХАНІЧНИХ ВЗАЄМОДІЙ У СИСТЕМІ КОНТУРІВ З ЕЛЕКТРИЧНИМИ СТРУМАМИ

¹Лісовий О.Р., магістрант, ¹Бурик М.П., к.т.н., доцент,
¹Лободзинський В.Ю., к.т.н., доцент, ²Бурик І.П., к.ф.-м.н, доцент
¹КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра теоретичної електротехніки; ²Класичний фаховий коледж Сумського державного університету

Вступ. У багатьох електромагнітних пристроях використовуються струмопровідні котушки [1]. Електромагнітна сила (відштовхування або протягування), що виникає між плоскими коаксіальними котушками зі струмом, залежить від значення взаємної індуктивності. Як правило розрахунок механічної сили базується на застосуванні рівнянь Максвелла. Взаємна індуктивність круглих котушок виражається у вигляді аналітичної та напіваналітичної функцій, як еліптичні інтеграли першого, другого та третього роду [2-3].

Відповідно визначення принципів механічної взаємодії між двома плоскими коаксіальними котушками зі струмами та засобів керування магнітною силою є складною та важливою задачею при проектуванні електротехнічних та електромеханічних пристроїв, яку повинні вирішувати здобувачі освіти з галузі знань 14 «Електрична інженерія».

Мета роботи. Створення експериментальної установки для проведення досліджень з механічної взаємодії між двома котушками зі струмами та представлення результатів експерименту за допомогою сучасних прикладних програм.

Матеріали і результати досліджень. Розглянемо спосіб визначення узагальненої електромагнітної сили, який базується на визначенні зміни енергії магнітного поля системи при можливій зміні узагальненої координати під дією цієї сили.

Нехай на провідник зі струмом, який знаходиться у зовнішньому або власному магнітному полі, діє механічна сила. Розглянемо систему з n нерухомих контурів зі струмами. Механічні сили діють на всі контури, але тільки один контур A під дією сили f зміщується, змінюючи узагальнену координату z . На рис. 1 представлено розташування двох контурів.

Проаналізуємо рівняння енергетичного балансу для k -го контуру

$$E_{k\text{дж}} i_k dt = u_k i_k dt + i_k d\psi_k. \quad (1)$$

де $E_{k\text{дж}}$ – кінцеве значення ЕРС k -го джерела.

Ліва частина виразу (1) $E_{k\text{дж}} i_k dt$ відповідає за роботу k -го джерела за час dt , а перша складова правої частини виразу $u_k i_k dt$ відноситься до теплових втрат у k -му контурі, які залежать від струму контуру.

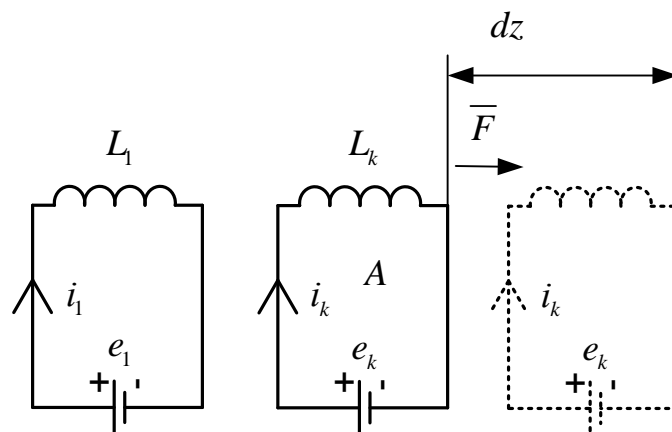


Рисунок 1

З урахуванням закону збереження енергії $i_k d\psi_k$ представляє собою енергію, яка пов'язана зі зміною потокозчеплення k -го контуру за час dt у наслідок зміни координати z контуру A , що витрачається на здійснення механічної роботи по переміщенню контуру A та на зміні енергії магнітного поля

$$i_k d\psi_k = d_z W_{Mk} + F_k dz. \quad (2)$$

Індекс k першої складової $d_z W_{Mk}$ показує на приріст енергії магнітного поля за рахунок зміни потокозчеплення тільки k -го контуру, а індекс z в $d_z W_{Mk}$ підкреслює обставину, яка вказує на те що розглянута зміна магнітної енергії залежить від зміни одного із аргументів цієї функції (координати z). Друга складова рівняння (2) $F_k dz$ це частина механічної роботи, яка виконується за рахунок зміни ψ_k .

Для всієї системи n контурів рівняння (2) матиме вигляд

$$\sum_{k=1}^n i_k d\psi_k = \sum_{k=1}^n d_z W_{Mk} + dz \sum_{k=1}^n F_k, \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^n i_k d\psi_k = d_z W_{Mk} + F_k dz.$$

Енергія, яка надходить від контурів за час dt у наслідок зміни координати z , витрачається на пов'язане з цією зміною приросту енергії поля та механічну роботу.

Рівняння енергетичного балансу системи (3) виконується для будь-якої зміни i_k та ψ_k у процесі руху.

Розглянемо випадки розрахунку механічної сили F :

1) нехай потокозчеплення $\psi_k = \text{const}$, тоді $d\psi_k = 0$, рівняння (3) буде мати вигляд

$$\sum_{k=1}^n i_k \cdot 0 = d_z W_{Mk} + F_k dz, \quad (4)$$

$$-d_z W_{Mk} = F_k dz.$$

Тоді механічна сила F , яка діє в напрямку координати z , розраховується за формулою

$$F = -\left(\frac{d_z W_M}{dz}\right)\Big|_{\Psi_k = \text{const}}, = -\left(\frac{dW_M}{dz}\right)\Big|_{\Psi_k = \text{const}}. \quad (5)$$

Величина $d_z W_M$ розглядається як частковий диференціал функції W_M під час зміни її аргументу z , тому механічна сила є частковою похідною від енергії за координатою z .

Вираз (4) показує, що в надпровідній системі (система контурів де потокозчеплення сталі) при $F_k dz > 0$ приріст енергії поля від'ємний $d_z W_M < 0$ і дорівнює за величиною роботі поля. Як наслідок:

- у надпровідній системі механічна робота здійснюється за рахунок зменшення енергії магнітного поля системи. Джерела енергії не приймають участь в енергетичному процесі та можуть бути виключені;

- надпровідна система контурів під дією механічної сили намагається зайняти таке просторове положення, яке відповідало би мінімальному значенню енергії її магнітного поля.

2) нехай в процесі руху залишається незмінними струми $i_k = \text{const}$. Тоді зі зміною взаємного розташування контурів змінюються їх потокозчеплення.

Енергія магнітного поля

$$W_M = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k \cdot \Psi_k. \quad (6)$$

Кінцеве значення потокозчеплення змінюються для даного випадку і частковий диференціал функції W_M , який зв'язаний зі зміною аргументу z , буде дорівнювати

$$d_z W_M = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k d\Psi_k,$$

$$\sum_{k=1}^n I_k d\Psi_k = \sum_{k=1}^n i_k d\Psi_k = 2d_z W_M.$$

Враховуючи це рівняння вираз (3) прийме наступний вигляд

$$\begin{aligned} 2d_z W_{Mk} &= d_z W_{Mk} + F_k dz, \\ d_z W_{Mk} &= F_k dz. \end{aligned} \quad (7)$$

звідси випливає другий спосіб визначення механічної сили

$$F = \left(\frac{d_z W_M}{dz} \right) \Big|_{i_k = \text{const}} = \left(\frac{dW_M}{dz} \right) \Big|_{i_k = \text{const}}. \quad (8)$$

Узагальнена сила, що намагається змінити координату z , дорівнює похідній від енергії поля за цією координатою, яка взята з позитивним знаком, якщо у процесі диференціювання струми у контурах рахувати постійними. При цьому енергію поля треба, представити як функцію струмів, геометричних координат та магнітних проникностей.

Із аналізу рівняння (7) випливає:

- якщо живитись від джерел постійного струму, механічна робота в системі виконується за рахунок енергії джерел. Крім того джерела поповнюють енергію поля. Причому половина енергії джерел, що пов'язана зі зміною у системі, йде на збільшення запасу енергії поля, друга половина витрачається на виконання механічної роботи. Ще джерела покривають теплові втрати у провідниках $u_k i_k dt = (i_k)^2 R_k dt$, але ця частина енергії джерел не зв'язана зі зміною енергетичного стану поля та з механічною роботою.

- оскільки при сталих струмах додатній механічної роботі відповідає рівне їй збільшення енергії поля, то під дією механічних сил система намагається зайняти таке положення, яке буде відповідати максимальному значенню енергії її магнітного поля.

Якщо під час розрахунків сила має додатній знак, то вона направлена в сторону збільшення координати z .

Запишемо вираз для енергії магнітного поля W_M за допомогою поняття індуктивностей. Якщо поле створене відокремленим контуром зі струмом, то

$$W_M = \frac{1}{2} i \psi = \frac{L i^2}{2} = \frac{\psi^2}{2L}. \quad (9)$$

У випадку, коли поле створюється двома контурами

$$W_M = \frac{1}{2} (i_1 \psi_1 + i_2 \psi_2). \quad (10)$$

де ψ_1 та ψ_2 - потокозчеплення першої та другої контуру; i_1, i_2 - струми першої та другої контурів.

Потокозчеплення кожного контуру обумовлено обома струмами та складається з потокозчеплень само та взаємоіндукції:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \psi_{11} + \psi_{12} = L_1 i_1 + M_{12} i_2; \\ \psi_2 &= \psi_{22} + \psi_{21} = L_2 i_2 + M_{21} i_1.\end{aligned}\quad (11)$$

де L_1, L_2 – самоіндукції першого та другого контуру; $M_{12} = M_{21} = M$ – взаємна індуктивність.

Підставляючи (11) в (10) отримуємо повну енергію системи

$$W_M = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2. \quad (12)$$

З отриманого виразу видно, що при додатному індуктивному зв'язку $M > 0$ енергія магнітного поля зростає, а при $M < 0$ енергія магнітного поля зменшується.

На основі виразу (9) можна отримати рівняння електромагнітної сили, яка намагається змінити узагальнену координату z , що визначає індуктивність контуру

$$\begin{aligned}F &= \left(\frac{\partial W_M}{\partial z} \right) \Big|_{i=\text{const}} = \frac{i^2}{2} \frac{\partial L}{\partial z} \quad \text{або} \\ F &= - \left(\frac{\partial W_M}{\partial z} \right) \Big|_{\psi=\text{const}} = - \frac{\psi^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{L} \right) = \frac{\psi^2}{2L^2} \frac{\partial L}{\partial z} = \frac{i^2}{2} \frac{\partial L}{\partial z}.\end{aligned}\quad (13)$$

При $F \partial z > 0$ маємо $\partial L > 0$. Тобто, електромагнітна сила намагається так деформувати систему, щоб індуктивність контуру збільшилась.

Для двох контурів зі струмами визначимо узагальнену силу, що намагається змінити координату z , яка визначає взаємне розташування контурів. Від цієї координати не залежать власні індуктивності контурів L (струми в контурах незмінні), тому при диференціюванні рівняння (12) отримуємо

$$F = \left(\frac{\partial W_M}{\partial z} \right) \Big|_{i=\text{const}} = i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial z}. \quad (14)$$

Вираз (14) показує, що від узагальненої координати z залежить лише взаємна індуктивність M . Зі збільшенням координати z електромагнітна сила взаємодії спадає, а у разі зменшення відстані z величина механічної сили зростає. Напрямок електромагнітної сили визначається напрямками струмів у контурах.

В системі з постійними струмами механічні сили діють у напрямку збільшення M та потокозчеплень взаємної індукції.

Під час узгодженого включення коаксіальних котушок потокозчеплення самоіндукції та взаємної індукції кожної котушки додаються $M > 0$. Оскільки напрями струмів є однаковими $i_1 = i_2 = i$, то $F = i^2 \frac{\partial M}{\partial z}$. Збільшення відстані z між котушками приведе до зменшення абсолютного значення взаємної індуктивності $\frac{\partial M}{\partial z} < 0$ і відповідно узагальнена сила буде від'ємною $F_z = i^2 \frac{\partial M}{\partial z} < 0$. Тому сила F_z буде намагатися зменшити координату z (котушки будуть притягуватись).

При зустрічному підключенні котушок взаємна індуктивність стає від'ємною $M < 0$, а електромагнітна сила буде додатною $F_z = i^2 \frac{\partial(-M)}{\partial z} > 0$, тобто вона буде намагатися збільшити координати z (котушки будуть відштовхуватись) [4].

Рівняння (14) показує, що електромагнітна сила F_z між контурами залежить від функції $M(z)$.

На рис. 2 наведено розроблену експериментальну установку по дослідженню механічної взаємодії між двома плоскими коаксіальними котушками зі струмом, де:

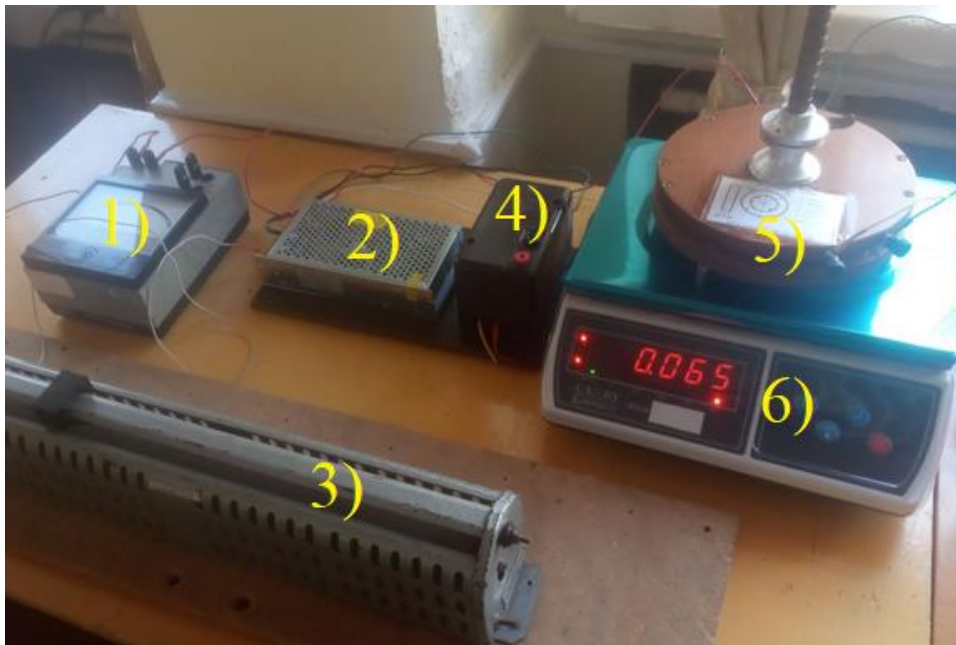


Рисунок 2 – Зовнішній вигляд експериментальної установки

1) вимірювальний пристрій (амперметр електромагнітної системи) PA1 на номінальний струм 5 (А);

2) блок живлення постійної напруги фірми *LedTech* на $U_{\text{НОМ}} = 48(\text{В})$, $I_{\text{НОМ}} = 3(\text{А})$ та $P_{\text{НОМ}} = 145(\text{Вт})$;

3) реостат з активним опором $R_1 = 150 \pm 10\% (\text{Ом})$ на $I_{\text{НОМ}} = 1.7(\text{А})$, який використовується для завдання необхідного струму під час дослідження;

4) однофазний автоматичний вимикач *QF* типу АП50 –2МТ на постійну напругу $U_{\text{НОМ}} = 220(\text{В})$ та $I_{\text{НОМ}} = 4(\text{А})$;

5) плоскі коаксіальні котушки L_1 та L_2 , що розміщуються горизонтально та паралельно одна до одної. Котушка L_1 механічно з'єднана з платформою електронних вагів. Котушка L_2 може переміщуватись вздовж осі z на задану відстань. Геометричні розміри та параметри індуктивних котушок наведені на рис. 3;

6) електронні ваги *Camry* модель ВТД-С з максимальною вагою 3 кг (ціна поділки дійсна 0.5, границя допустимої помилки $\pm 0.0005(\text{кг})$, мінімальна вага 10 г).

Радіус середнього витка котушки

$$R_{\text{ср}} = \frac{0.5(D-d)}{2} + \frac{d}{2},$$

де $D = 0.2$ – діаметр зовнішнього витка котушки, м;

$d = 0.04$ – діаметр внутрішнього витка котушки, м.

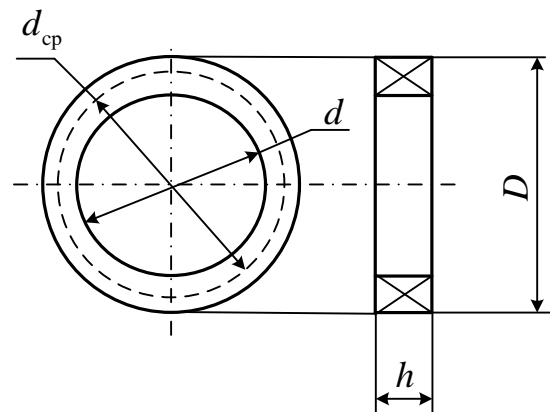


Рисунок 3 – Геометричні розміри коаксіальних котушок

Товщина коаксіальної котушки $h = 0.014(\text{м})$. Число витків $w = 560$. Діаметр провідників котушки $\varnothing 0.8 (\text{мм})$.

В установці використовується послідовне та неузгоджене з'єднання плоских котушок для створення сили відштовхування між ними. Ця умова забезпечує стійкість рівноваги електронних вагів. Електрична схема дослідної установки показана на рис. 4.

Дослідження електромагнітної взаємодії між двома коаксіальними котушками виконувалось при струмах $I_1 = 1(\text{А})$, $I_2 = 1.2 (\text{А})$ та $I_3 = 1.5(\text{А})$. Відстань z між плоскими котушками змінювалась від 15 мм до 85 мм з кроком 10 мм. Експериментальні криві залежності механічної сили від відстані між індукційними котушками $F = f(z)$ наведені на рис. 5.

На рис. 6 показані криві $F = f(I)$ залежності сили від струму для різних відстаней x між плоскими котушками. Наприклад, для заданої відстані 15 мм між котушками електромагнітну силу позначаємо як $F_{15}(I)$.

Побудова експериментальних кривих здійснювались за допомогою програмного пакету *Mathcad*.

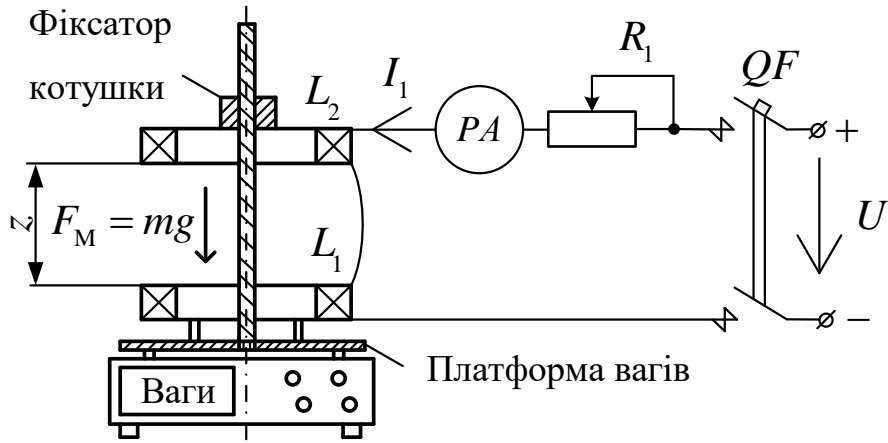


Рисунок 4 – Електрична схема лабораторної установки

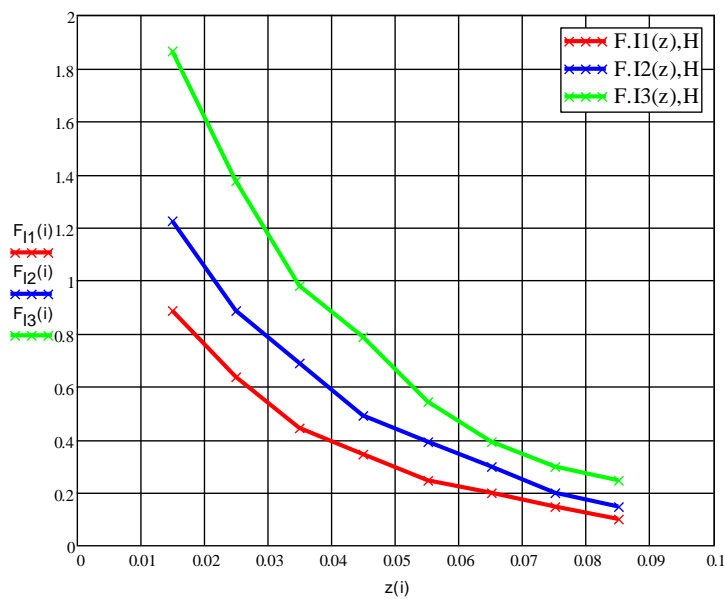


Рисунок 5 – Графіки експериментальних залежностей сили відштовхування між плоскими котушками зі струмами $F = f(z)$

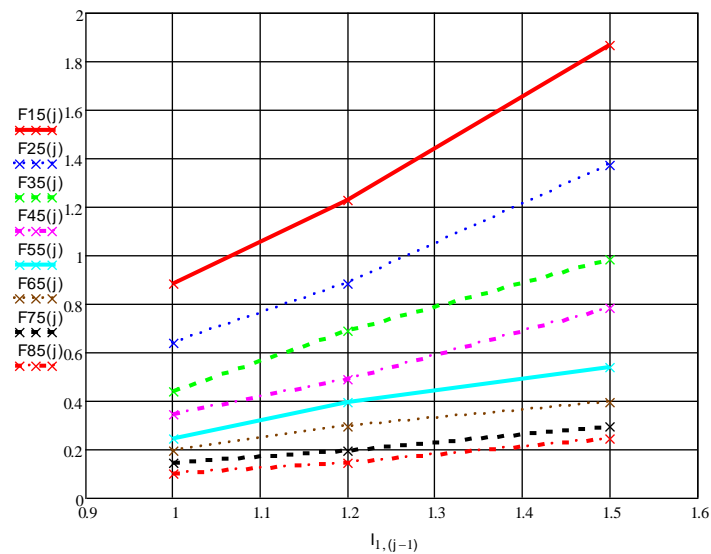


Рисунок 6 – Графіки експериментальних залежностей сили відштовхування між плоскими котушками зі струмами для заданої відстані при різних струмах $F = f(I)$

Висновок. Розроблено лабораторний стенд за освітньою компонентою «Основи теорії електромагнітного поля», який дозволить здобувачам вищої освіти здійснювати експериментальну перевірку впливу величин постійного струму та відстані між плоскими коаксіальними котушками зі струмами на механічну силу їх взаємодії, а також ознайомитись з теоретичним визначенням взаємної індуктивності між двома круглими плоскими котушками на основі векторного магнітного потенціалу магнітного поля.

Експериментальні криві $F = f(z)$, які зображені на рис. 5, підтверджують що зростання узагальненої координати z між плоскими котушками зі струмами призводить до зменшення електромагнітної сили взаємодії пропорційно градієнту взаємної індукції між двома котушками.

Дослідні криві залежності механічної сили відштовхування між плоскими котушками для заданої відстані z від виставленого постійного струму $F = f(I)$, що показані на рис. 6, мають параболічний характер. Така залежність відповідає аналітичному виразу для електромагнітної сили $F = i^2 \frac{\partial M}{\partial z}$.

Перелік посилань

1. Gou, X., Qin, J. Analytic calculation of magnetic force between two current-carrying coils. Appl. Math. Mech.-Engl. Ed. 36, 475–486 (2015). <https://doi.org/10.1007/s10483-015-1924-9>
2. Romain Ravaud, Guy Lemarquand, Valérie Lemarquand, Slobodan Babic, Cevdet Akyel. MUTUAL INDUCTANCE AND FORCE EXERTED BETWEEN THICK COILS. Progress In Electromagnetics Research, 2010, 102, pp.367-380. fihal-00464404f
3. Babic, S. and Akyel, C. (2017), Calculation of mutual inductance and magnetic force between two thick coaxial Bitter coils of rectangular cross section. IET Electric Power Applications, 11: 441-446. <https://doi.org/10.1049/iet-epa.2016.0628>.
4. Бурик М.П. Основи теорії електромагнітного поля. Лабораторний практикум [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітніми програмою «Електротехнічні пристрої та електротехнологічні комплекси», «Нетрадиційні та відновлювальні джерела енергії», «Електричні станції», «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод», «Електричні машини і апарати», спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / М. П. Бурик, В. С. Бойко, Л. Ю. Спінул, В. Ю. Лободзинський, І. П. Бурик ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 7,68 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 185 с.