# ВИЗНАЧЕННЯ З ДИНАМІКИ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ТЕМПЕРАТУРИ ВІД СТРУМУ НАГРІВАЧА

**Сільвестров А.М., проф., Спінул Л.Ю., доц., Корзун Д.В., студент, Коротенко В.В., студент**
*КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра теоретичної електротехніки*

**Вступ.** Для високоточного автоматичного керування процесом нагрівання об'єкта, що підлягає термічній обробці, необхідно мати його математичну модель, яка містить лінійну динамічну складову і нелінійну статичну – модель Вінера-Гамерштейна:

$$a_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + y(t) = f\left(x(t)\right), \tag{1}$$

де $y$ - температура, $x$ - струм.

Класичний підхід до визначення невідомих коефіцієнтів $a_0, a_1$ динамічної складової і невідомої (але апріорі гладкої) залежності $f\left(x(t)\right)$ полягає в розкладанні $f\left(x(t)\right)$ в ряд Тейлора і одночасного оцінювання всіх параметрів динаміки і ряда Тейлора. Інформаційна обмеженість пасивних спостережень за процесом створює ситуацію некоректності в зворотній задачі математики по малоінформативним даним визначити велику кількість коефіцієнтів моделей динаміки і статики практично неможливо.

**Мета роботи.** Розробити алгоритм коректного визначення статичної нелінійної залежності температури нагрівача від струму за умов пасивного спостереження динаміки процесу.

**Матеріали і результати досліджень**. В режимі пасивного спостереження за динамічним процесом електро-теплонагріва , який не містить усталених режимів, враховуючи природну гладкість $f\left(x(t)\right)$, як основну властивість, необхідно отримати її непараметричну модель шляхом компенсації динамічної складової моделі (1) і пошуку статичної залежності $f(x)$ за критерієм мінімуму норми другої похідної $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$ за скоригованим на динаміку, впорядкованим за зростанням $f(x)$ по *x* даним.

За результатами спостереження за процесом отримано данні, занесені в таблицю 1.

Динамічна зміна $y(t)$ відбувалася шляхом триступеневої зміни струму $x(t)$ (підключення різних секцій електронагрівача). Щоб отримати непараметричну оцінку $\hat{f}(x)$ функції $f(x)$, необхідно в (1) залежність $y(t)$

скорегувати:

$$y_{\text{C}}(t)=y(t)-a_1\frac{dy}{dt}-a_0\frac{d^2y}{dt^2},$$

тоді $y_{\text{C}}(t)=f\left(x(t)\right)$.

Таблиця 1

| $t$, хв | 0 | 0,5 | 1,5 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6,5 | 7,5 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y,°C$ | 21 | 22 | 23 | 26 | 27,5 | 28,5 | 30,5 | 32 | 34 | 42 | 45 |
| $I,A$ | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 43 | 43 | 43 | 43 | 43 |
| $t$, хв | 13 | 14 | 15,5 | 16 | 17,5 | 19 | 20 | 21 | 23 | 24 | 25,5 |
| $y,°C$ | 50 | 52 | 55 | 56 | 57,5 | 57,5 | 57,5 | 57 | 56 | 55,5 | 55 |
| $I,A$ | 43 | 43 | 43 | 43 | 43 | 43 | 33 | 33 | 33 | 33 | 33 |
| $t$, хв | 26 | 26,5 | 27,5 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | |
| $y,°C$ | 55 | 54,5 | 53,5 | 52 | 51,5 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47,5 | |
| $I,A$ | 33 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 | |

Але оцінки коефіцієнтів $a_0, a_1$ будемо шукати не як традиційно, а за умови мінімуму дискретного аналога другої похідної $\frac{d^2f(x)}{dx^2}$:

$$J^*=\min\left\{\sum_{i_k}\left[y_{\text{C}k}(i_{k+1})-2y_{\text{C}k}(i_k)+y_{\text{C}k}(i_{k-1})\right]^2\right\}, \tag{3}$$

де $i_k$ - упорядковані за зростанням $x(t)$ індекси масивів (таблиця 1) $y(t)$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$. Для цього згладимо $y(t)$, $x(t)$, $y'(t)$, $y''(t)$ інерційним фільтром першого порядку і далі впорядковані за зростанням $x(t)$ дані з нерівномірним кроком по $x$ про інтерполюємо поліномом Лагранжа і тоді, для рівномірного кроку $i_k=k\Delta x$ отримаємо необхідні значення $y_{Ck}(i_k)$, $\frac{dy_{\text{C}k}}{dt}(i_k)$, $\frac{d^2y_{\text{C}k}}{dt^2}(i_k)$. Далі, умови мінімуму (3), отримаємо систему незалежних рівнянь відносно шуканих коефіцієнтів $a_0, a_1$ корекції $y(t)$ (2):

$$\begin{cases} a_1\sum_{i_k}\left[\Delta^2y'(i_k)\right]^2+a_0\sum_{i_k}\left[\Delta^2y'(i_k)\cdot\Delta^2y''(i_k)\right]=\sum_{i_k}\left[\Delta^2y(i_k)\cdot\Delta^2y'(i_k)\right] \\ a_1\sum_{i_k}\left[\Delta^2y'(i_k)\cdot\Delta^2y''(i_k)\right]+a_0\sum_{i_k}\left[\Delta^2y''(i_k)\right]^2=\sum_{i_k}\left[\Delta^2y(i_k)\cdot\Delta^2y''(i_k)\right] \end{cases}, \tag{4}$$

де $y', y''$ - перша і друга похідні у часі, $\Delta^2$ - друга різниця $y$ по $x$.

Підставивши коефіцієнти $a_0, a_1$, обчислені за системою (4), в рівняння (2), отримаємо скориговане значення $y_C = \hat{f}(x)$. На рис. 1 подано залежності скоригованого $y_C(x)$ і, відповідно до закона Джоуля-Ленца, апроксимованого за методом найменших квадратів поліномом від струму нагрівача.

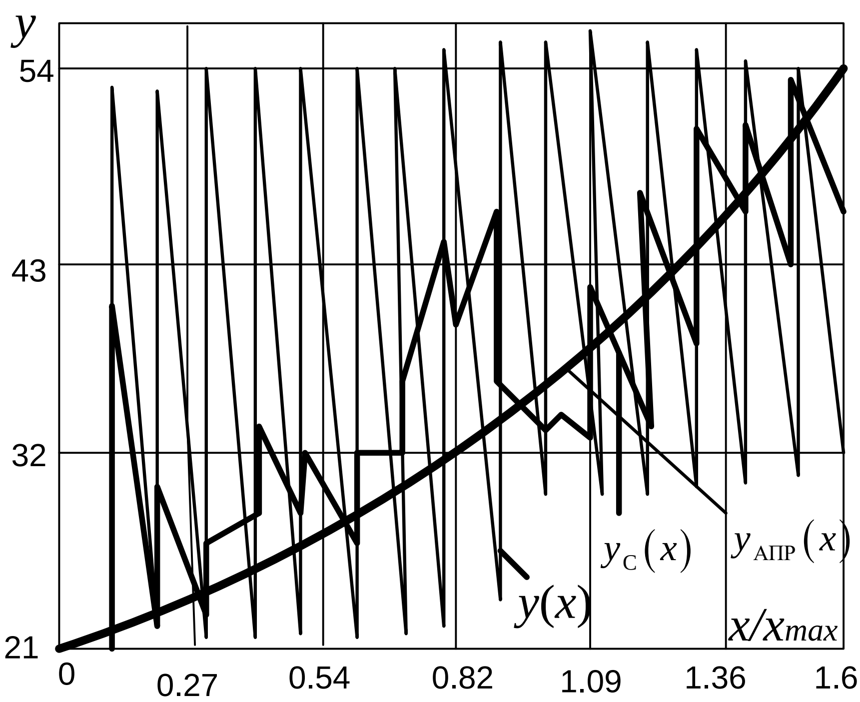


Рисунок 1 – Графіки $y(x)$, $y_C(x)$ та апроксимованої $y_{АПР}(x)$

**Висновок.** Запропонований підхід дозволив обійти некоректність задачі пасивної ідентифікації моделі Вінера-Гамерштейна шляхом врахування (за законом Джоуля-Ленца) гладкості залежності $f(x)$ і використання замість критерія мінімуму середнього квадрата похибки між $y(t)$ і його моделлю, критерія Пухова-Хатіашвілі [2] гладкості статичної залежності.

**Перелік посилань**


1. Островерхов М.Я., Сільвестров А.М., Скринник О.М. Системи і методи ідентифікації електротехнологічних об’єктів: монографія - К.: НАУ, 2016, 324 с.

2. Пухов Г.Е., Хатиашвили Ц.С. Модели технологических процессов, К.: Техніка. - 1974. 223 с.