

# ІМІТАЦІЙНІ МОДЕЛІ НЕСИМЕТРИЧНИХ ТРИФАЗНИХ СИСТЕМ ПРИ З'ЄДНАНІ НАВАНТАЖЕННЯ ЗА СХЕМОЮ «ЗІРКА»

Бурик М.П., к.т.н., Давидович Є.І., студент

КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра теоретичної електротехніки

**Вступ.** Для розрахунку трифазних кіл у разі динамічних навантажень, несиметричного джерела енергії та під час аварійних режимів використовується *метод симетричних складових*. Цей метод базується на поданні будь-якої трифазної несиметричної системи фізичних координат (ЕРС, напруг та струмів) у вигляді суми трьох симетричних систем, які називаються *симетричними складовими* прямої (1), зворотної (2) та нульової послідовностей фаз (0).

Симетричну систему *прямої* послідовності фаз утворюють три однакових за модулем вектори  $\underline{A}_1, \underline{B}_1, \underline{C}_1$ , що зсунуті один відносно одного на кут  $120^\circ$ , причому вектор  $\underline{B}_1$  відстає від вектора  $\underline{A}_1$ , а вектор  $\underline{C}_1$  відстає від вектора  $\underline{B}_1$ . Симетричну систему *зворотної* послідовності чергування фаз утворюють три однакових за модулем вектори  $\underline{A}_2, \underline{B}_2, \underline{C}_2$ , які також зсунуті між собою на кут  $120^\circ$ , але тепер вектор  $\underline{C}_2$  відстає від вектора  $\underline{A}_2$ , а  $\underline{B}_2$  випереджує  $\underline{A}_2$ . Симетрична система *нульової* послідовності чергування фаз складається з трьох векторів  $\underline{A}_0, \underline{B}_0, \underline{C}_0$ , які мають однаковий модуль та співпадають за фазою [1-3].

Також дослідити трифазні електричні кола можна шляхом цифрових засобів [4-5].

**Мета роботи.** Дослідити трифазні електричні кола з несиметричним джерелом методом симетричних складових прямої, зворотної та нульової послідовностей чергування фаз. Проаналізувати вплив нульового проводу при з'єднанні навантаження за схемою «зірка». Представити можливість дослідження трифазної несиметричної системи шляхом математичного моделювання із застосуванням програмного продукту Matlab в пакеті прикладних програм Simulink за допомогою бібліотечного блоку SimPowerSystems.

**Матеріали і результати досліджень.** Проаналізуємо вплив нульового проводу для з'єднання трифазного генератора ЕРС та навантаження за схемою «зірка» на основі запропонованого методу (рис. 1). Перевіримо результати розрахунків за допомогою математичного моделювання в середовищі MatLab у пакеті прикладних програм Simulink за рахунок імітаційних моделей в SimPowerSystems.

Нехай діючі значення напруг  $U_A = 20(B), U_B = 20(B), U_C = 20(B)$  у кожній фазі несиметричного трифазного генератора (рис 2). Значення фазних опорів симетричного споживача для схеми з'єднання «зірка» з нульовим проводом та без нейтрального проводу  $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = R = 200 (Om)$ . Величина опору нульового проводу  $\underline{Z}_N \approx 0.001 (Om)$ .

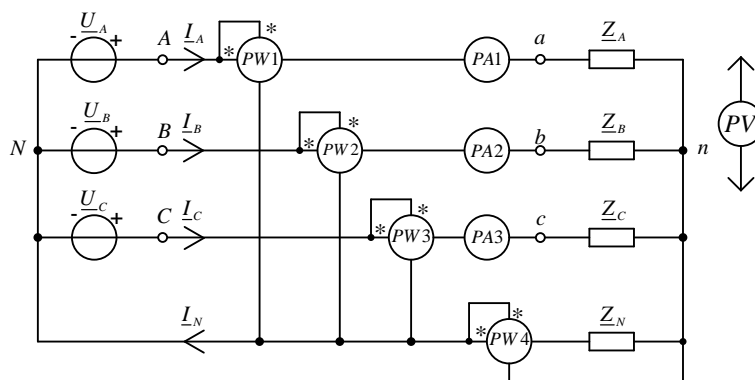


Рисунок 1 – Схема несиметричної трифазної системи з нульовим проводом

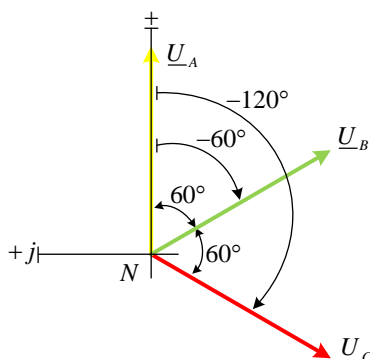


Рисунок 2 – Векторні діаграми ЕРС трифазних генератора при з'єднанні його обмоток за схемою «зірка»

Представимо фазні ЕРС джерела (рис. 2) у комплексній формі

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= 20 \cdot e^{-j \cdot 0} = 20 B; \\ \underline{U}_B &= 20 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} = 10 - j \cdot 17.321 B; \\ \underline{U}_C &= 20 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = -10 - j \cdot 17.321 B. \end{aligned} \quad (1)$$

Визначимо нульову, пряму та зворотну симетричні складові фазної напруги  $\underline{U}_A$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{A0} &= \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C) = \frac{1}{3} \cdot (20 \cdot e^{-j \cdot 0} + 20 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + 20 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ}) = \\ &= (6.667 - j \cdot 11.547) = 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} B; \\ \underline{U}_{A1} &= \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_A + a \cdot \underline{U}_B + a^2 \cdot \underline{U}_C) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot (20 + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 20 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 20 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ}) = 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} B; \\ \underline{U}_{A2} &= \frac{1}{3} (\underline{U}_A + a^2 \cdot \underline{U}_B + a \cdot \underline{U}_C) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot (20 + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 20 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 20 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ}) = 6.667 B. \end{aligned} \quad (2)$$

Знаючи симетричні складові фазної напруги  $\underline{U}_A$ , визначимо симетричні складові фазних напруг  $\underline{U}_B$  та  $\underline{U}_C$

Нульова складова

$$\underline{U}_{A0} = \underline{U}_{B0} = \underline{U}_{C0} = 6.667 - j \cdot 11.547 = 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ В.}$$

Пряма складова

$$\begin{aligned} \underline{U}_{B1} &= a^2 \cdot \underline{U}_{A1} = e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} = 6.667 - j \cdot 11.547 = 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ В;} \\ \underline{U}_{C1} &= a \cdot \underline{U}_{A1} = e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} = -13.333 = 13.333 \cdot e^{j \cdot 180^\circ} \text{ В.} \end{aligned} \quad (3)$$

Зворотна складова

$$\begin{aligned} \underline{U}_{B2} &= a \cdot \underline{U}_{A2} = e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 6.667 = (3.333 + j \cdot 5.774) = 6.667 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} \text{ В;} \\ \underline{U}_{C2} &= a^2 \cdot \underline{U}_{A2} = e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 6.667 = (-3.333 - j \cdot 5.774) = 6.667 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Симетричні складові лінійних напруг трифазного генератора розраховуються за допомогою симетричних складових фазних напруг

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB0} &= \underline{U}_{A0} - \underline{U}_{B0} = 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} - 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} = 0; \\ \underline{U}_{BC0} &= \underline{U}_{B0} - \underline{U}_{C0} = 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} - 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} = 0; \\ \underline{U}_{CA0} &= \underline{U}_{C0} - \underline{U}_{A0} = 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} - 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} = 0. \\ \underline{U}_{AB1} &= \underline{U}_{A1} - \underline{U}_{B1} = 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} - 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} = j \cdot 23.094 = 23.094 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} \text{ В;} \\ \underline{U}_{BC1} &= \underline{U}_{B1} - \underline{U}_{C1} = 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} - 13.333 \cdot e^{j \cdot 180^\circ} = 20 - j \cdot 11.547 = 23.094 \cdot e^{-j \cdot 30^\circ} \text{ В;} \\ \underline{U}_{CA1} &= \underline{U}_{C1} - \underline{U}_{A1} = 13.333 \cdot e^{j \cdot 180^\circ} - 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} = -20 - j \cdot 11.547 = 23.094 \cdot e^{-j \cdot 150^\circ} \text{ В.} \\ \underline{U}_{AB2} &= \underline{U}_{A2} - \underline{U}_{B2} = 6.667 - 6.667 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = (10 - j \cdot 5.774) = 11.547 \cdot e^{-j \cdot 30^\circ} \text{ В;} \\ \underline{U}_{BC2} &= \underline{U}_{B2} - \underline{U}_{C2} = 6.667 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} - 6.667 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = j \cdot 11.547 = 11.547 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} \text{ В;} \\ \underline{U}_{CA2} &= \underline{U}_{C2} - \underline{U}_{A2} = 6.667 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} - 6.667 = -10 - j \cdot 5.774 = 11.547 \cdot e^{-j \cdot 150^\circ} \text{ В.} \end{aligned} \quad (4)$$

Знайдемо графічно симетричні складові фазних та лінійних напруг трифазного генератора (рис. 3).

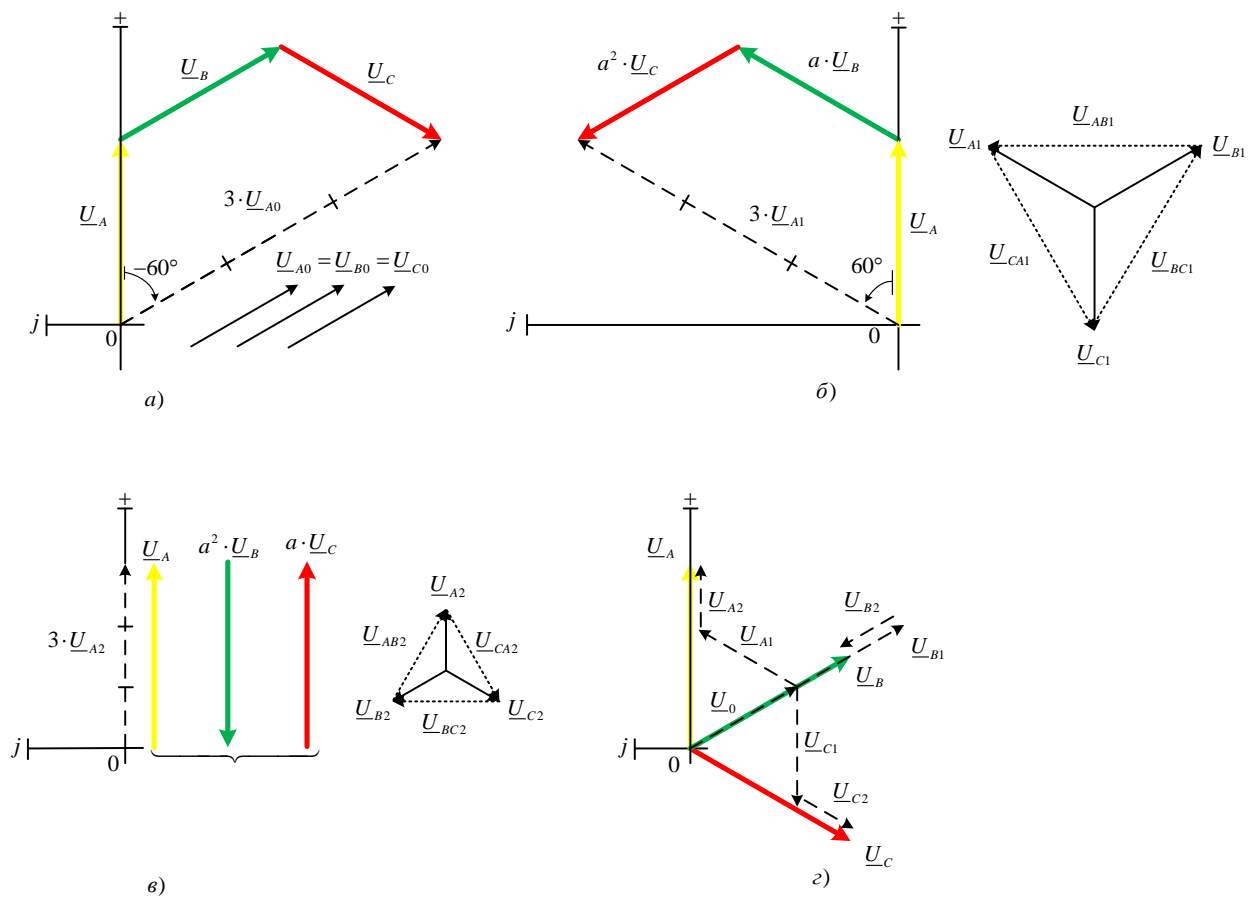


Рисунок 3 – Векторні діаграми ЕРС трифазних генератора нульової (а), прямої (б), зворотної (в) послідовностей та заданої несиметричної системи (г)

Еквівалентна схема фази А для прямої послідовності представлена на рис. 4.

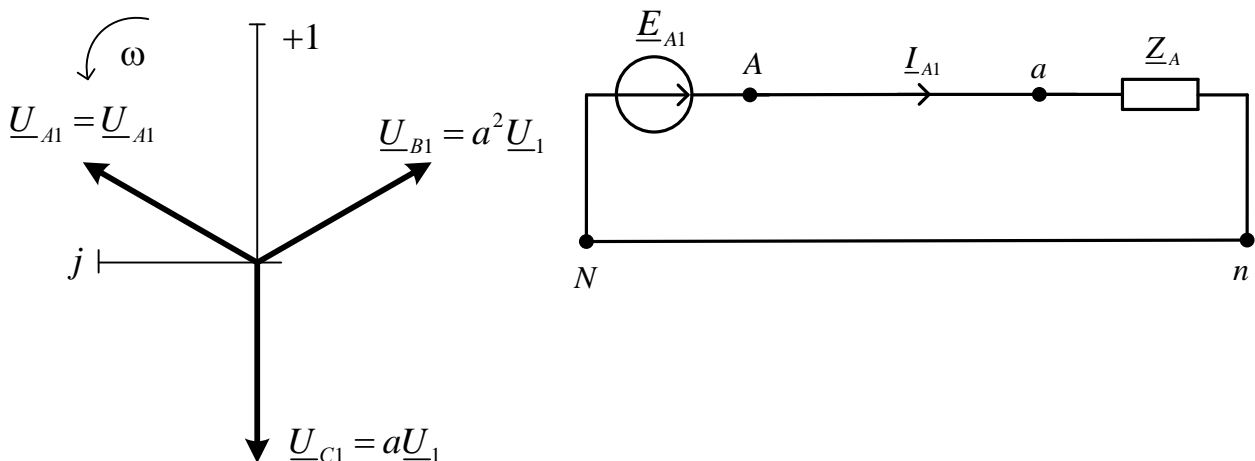


Рисунок 4 – Еквівалентна схема для прямої послідовності фази А трифазного електричного кола

Оскільки  $(1 + a + a^2) = 0$ , то сума комплексів ЕРС систем прямої та зворотної послідовностей дорівнює нулю при умові симетрії навантаження. Відповідно напруга зміщення нейтралі для прямої складової  $\underline{U}_{nN1} = 0$ .

Струми фаз для прямої послідовності дорівнюють

$$\begin{aligned}\underline{I}_{A1} &= \frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}_A} = \frac{13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ}}{200} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{B1} &= \underline{I}_{A1} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{C1} &= \underline{I}_{A1} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 180^\circ} \text{ A}.\end{aligned}\tag{5}$$

Розрахуємо фазні напруги споживача для прямої складової

$$\begin{aligned}\underline{U}_{a1} &= \underline{I}_{A1} \cdot \underline{Z}_A = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot 200 = 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \text{ B}; \\ \underline{U}_{b1} &= \underline{U}_{a1} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 200 = 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ B}; \\ \underline{U}_{c1} &= \underline{U}_{a1} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 200 = 13.333 \cdot e^{j \cdot 180^\circ} \text{ B}.\end{aligned}\tag{6}$$

На рис. 5 представимо еквівалентну схему однієї фази для зворотної складової.

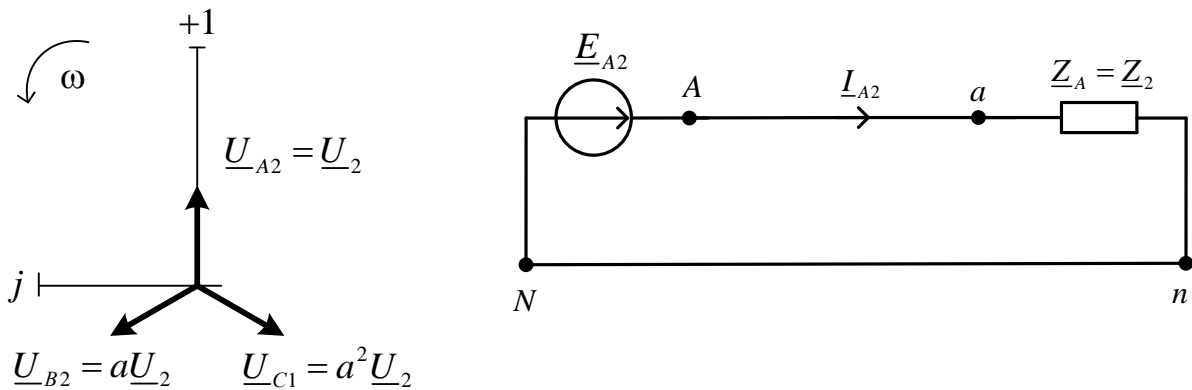


Рисунок 5 – Еквівалентна схема для зворотної складової фази *A* трифазного електричного кола

Струми фаз для зворотної послідовності дорівнюють

$$\begin{aligned}\underline{I}_{A2} &= \frac{\underline{E}_{A2}}{\underline{Z}_A} = \frac{6.667 \cdot e^{j \cdot 0}}{200} = 0.033 \text{ A}; \\ \underline{I}_{B2} &= \underline{I}_{A2} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 0.033 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 0.033 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{C2} &= \underline{I}_{A2} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 0.033 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 0.033 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \text{ A}.\end{aligned}\tag{7}$$

Розрахуємо фазні напруги споживача для зворотної складової

$$\begin{aligned} \underline{U}_{a2} &= \underline{I}_{A2} \cdot \underline{Z}_A = 0.033 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot 200 = 6.667 \text{ B}; \\ \underline{U}_{b2} &= \underline{U}_{a2} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 6.667 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 6.667 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} \text{ B}; \\ \underline{U}_{c2} &= \underline{U}_{a2} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 6.667 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 6.667 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \text{ B}. \end{aligned} \quad (8)$$

На рис. 6 представимо еквівалентну схему нульової складової. Розрахуємо напругу зміщення нейтралі

$$\underline{U}_{nN0} = \frac{3 \cdot \underline{E}_{A0} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_A}}{3 \cdot \frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_N}} = \frac{3 \cdot 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \cdot \frac{1}{200}}{3 \cdot \frac{1}{200} + \frac{1}{0.001}} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ B}. \quad (9)$$

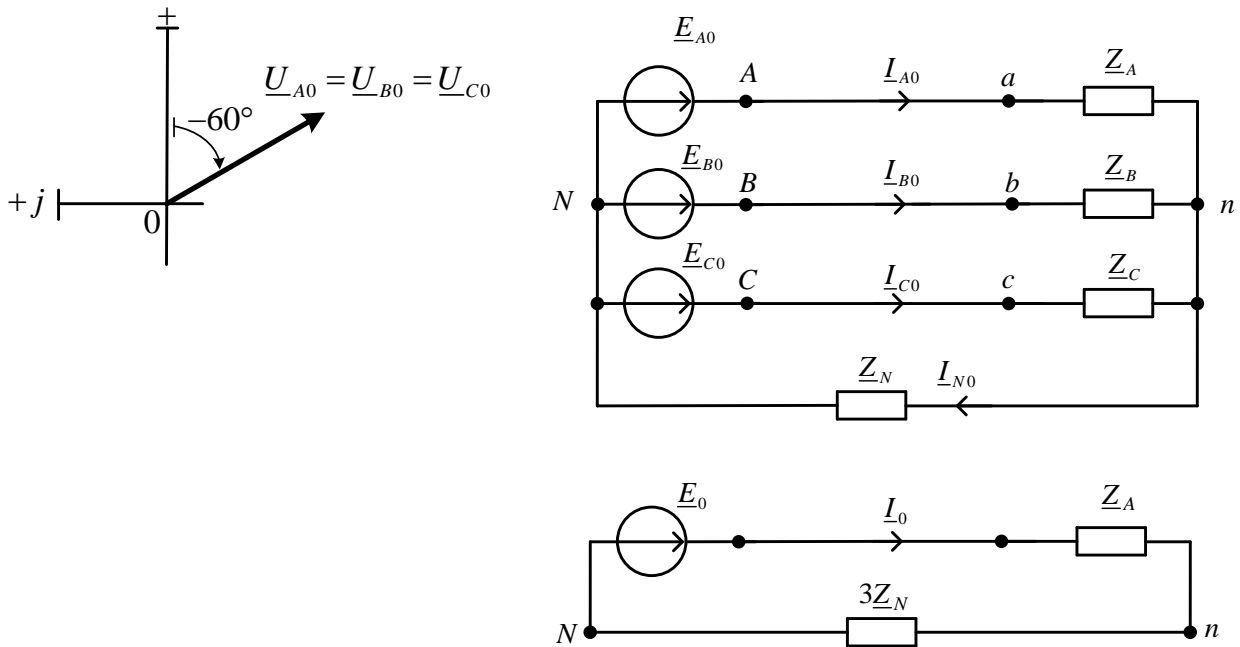


Рисунок 6 – Еквівалентна схема для нульової послідовності

Струми фаз для нульової послідовності дорівнюють

$$\underline{I}_{A0} = \underline{I}_{B0} = \underline{I}_{C0} = \frac{\underline{E}_{A0}}{3 \cdot \underline{Z}_N + \underline{Z}_A} = \frac{13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ}}{3 \cdot 0.001 + 200} = 0.067 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ A}. \quad (10)$$

Струми в нейтралі для нульової складової дорівнює

$$\underline{I}_{N0} = \underline{I}_{A0} + \underline{I}_{B0} + \underline{I}_{C0} = 3 \cdot \underline{I}_{A0} = 3 \cdot 0.067 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} = 0.2 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ A}. \quad (11)$$

Визначимо напруги на навантаженні для нульової складової

$$\underline{U}_{a0} = \underline{U}_{b0} = \underline{U}_{c0} = \underline{I}_{A0} \cdot \underline{Z}_A = 0.067 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \cdot 200 = 1.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ B.} \quad (12)$$

Фазні струми для електричного кола (рис. 1) розраховуються за наступними виразами

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{A0} + \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} = \\ &= 0.067 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + 0.033 \cdot e^{j \cdot 0} = 0.1 \cdot e^{j \cdot 0} \text{ A;} \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{A0} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{I}_{A1} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{I}_{A2} = \\ &= 0.067 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 0.033 \cdot e^{j \cdot 0} = 0.1 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ A;} \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{A0} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{I}_{A1} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{I}_{A2} = \\ &= 0.067 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 0.033 \cdot e^{j \cdot 0} = 0.1 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \text{ A.} \end{aligned} \quad (13)$$

Визначимо фазну напругу джерела живлення

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U}_{A0} + \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} = \\ &= 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + 6.667 \cdot e^{j \cdot 0} = 20 \cdot e^{j \cdot 0} \text{ B;} \\ \underline{U}_B &= \underline{U}_{A0} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{A1} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{A2} = \\ &= 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 6.667 \cdot e^{j \cdot 0} = 20 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ B;} \\ \underline{U}_C &= \underline{U}_{A0} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{A1} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{A2} = \\ &= 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 6.667 \cdot e^{j \cdot 0} = 20 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \text{ B.} \end{aligned} \quad (14)$$

Фазні напруги на навантаженні розраховуються за формулами

$$\begin{aligned} \underline{U}_{an} &= \underline{U}_{a0} + \underline{U}_{a1} + \underline{U}_{a2} = \\ &= 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + 6.667 \cdot e^{j \cdot 0} = 20 \cdot e^{j \cdot 0} \text{ B;} \\ \underline{U}_{bn} &= \underline{U}_{a0} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{a1} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{a2} = \\ &= 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 6.667 \cdot e^{j \cdot 0} = 20 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ B;} \\ \underline{U}_{cn} &= \underline{U}_{a0} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{a1} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{a2} = \\ &= 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 6.667 \cdot e^{j \cdot 0} = 20 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \text{ B.} \end{aligned} \quad (15)$$

Обраховуємо лінійні напруги генератора

$$\begin{aligned}
\underline{U}_{AB} &= \underline{U}_{AB0} + \underline{U}_{AB1} + \underline{U}_{AB2} = \\
&= 0 + 23.094 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} + 11.547 \cdot e^{-j \cdot 30^\circ} = 20 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \text{ B}; \\
\underline{U}_{BC} &= \underline{U}_{AB0} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{AB1} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{AB2} = \\
&= 0 + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 23.094 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 11.547 \cdot e^{-j \cdot 30^\circ} = 20 \text{ B}; \\
\underline{U}_{CA} &= \underline{U}_{AB0} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{AB1} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{AB2} = \\
&= 0 + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 23.094 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 11.547 \cdot e^{-j \cdot 30^\circ} = 34.641 \cdot e^{-j \cdot 150^\circ} \text{ B}.
\end{aligned} \tag{16}$$

Розрахуємо активні потужності фаз трифазного електричного кола та складемо баланс потужностей

$$\begin{aligned}
P_1 &= \text{Re}(\underline{U}_{AN} \cdot \underline{I}_A^*) = 20 \cdot 0.1 = 2 \text{ Bm}; \\
P_2 &= \text{Re}(\underline{U}_{BN} \cdot \underline{I}_B^*) = 20 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \cdot 0.1 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} = 2 \text{ Bm}; \\
P_3 &= \text{Re}(\underline{U}_{CN} \cdot \underline{I}_C^*) = 20 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 0.1 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 2 \text{ Bm}; \\
P_4 &= \text{Re}(\underline{U}_{nN} \cdot \underline{I}_N^*) = 0.0002 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \cdot 0.2 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} = 0.00004 \text{ Bm}; \\
P &= P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 2 + 2 + 2 + 0.00004 = 6 \text{ BA}; \\
\underline{S}_T &= \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \cdot \underline{I}_C^* = \\
&= 20 \cdot 0.1 + 20 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \cdot 0.1 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + 20 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 0.1 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 6 \text{ BA}; \\
\underline{S}_H &= I_A^2 \cdot \underline{Z}_A + I_B^2 \cdot \underline{Z}_B + I_C^2 \cdot \underline{Z}_C + I_N^2 \cdot \underline{Z}_N = \\
&= 0.1^2 \cdot 200 + 0.1^2 \cdot 200 + 0.1^2 \cdot 200 + 0.2^2 \cdot 0.001 = 6 \text{ BA}.
\end{aligned} \tag{17}$$

З допомогою імітаційної моделі несиметричної трифазної системи (рис. 7) визначаємо покази вимірювальних приладів.

Баланс потужностей виконується  $\underline{S}_{\text{ГЕН}} = \underline{S}_{\text{СПОЖ}}$ , що свідчить вірність знайдених величин електричних координат трифазної системи. Результати розрахунків та моделювання співпадають, тому імітаційну модель несиметричної трифазної системи з схемою з'єднання генератора та споживача «зірка –зірка з нульовим проводом» після верифікації можна використовувати для дослідження несиметричних трифазних кіл методом симетричних складових. Симетричні складові струмів (напруг) можна не тільки розрахувати, а і виміряти за допомогою спеціальних *фільтрів симетричних складових струмів і напруг*. Ці фільтри широко застосовуються у системах захисту електроенергетичних мереж.



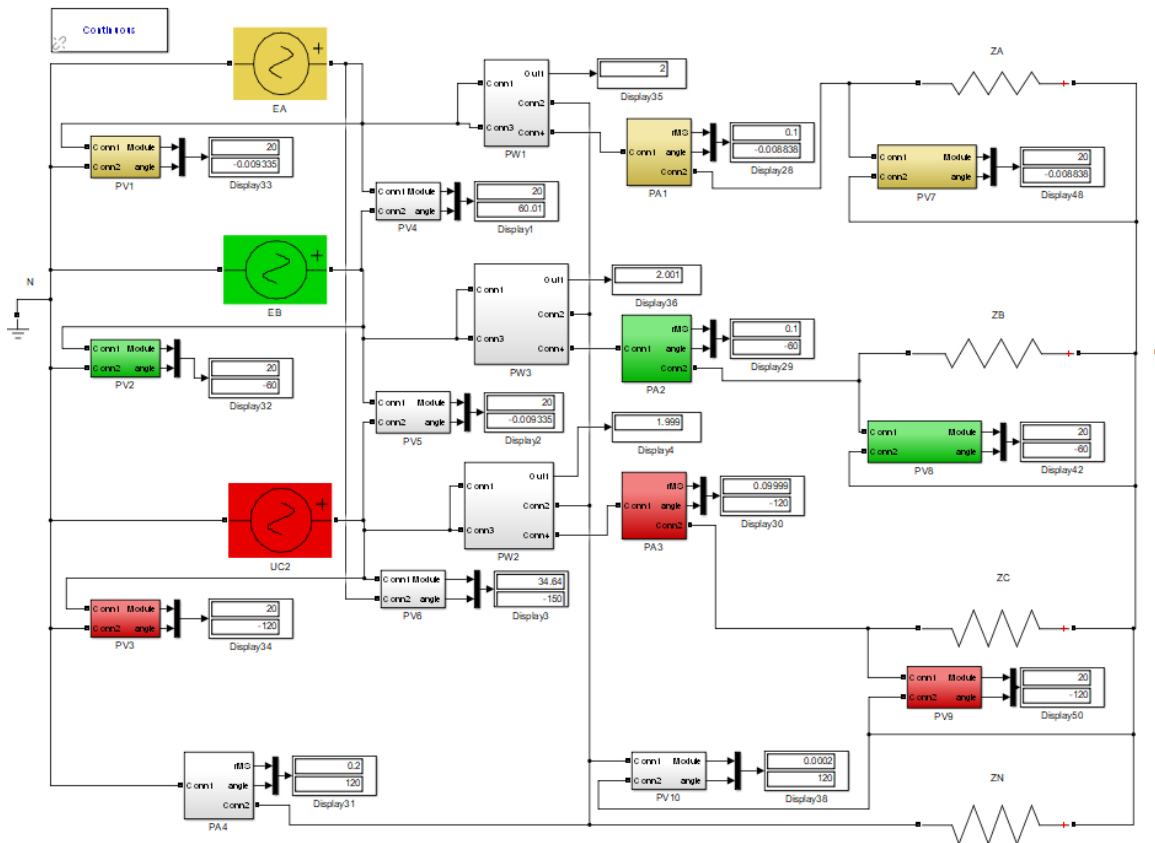


Рисунок 7 – Імітаційна модель несиметричної трифазної системи зі схемою з'єднання генератора та споживача «зірка –зірка з нульовим проводом»

На рис. 8 представимо векторну діаграму струмів та векторну діаграму напруг для електричного кола, яке зображено на рис. 1.

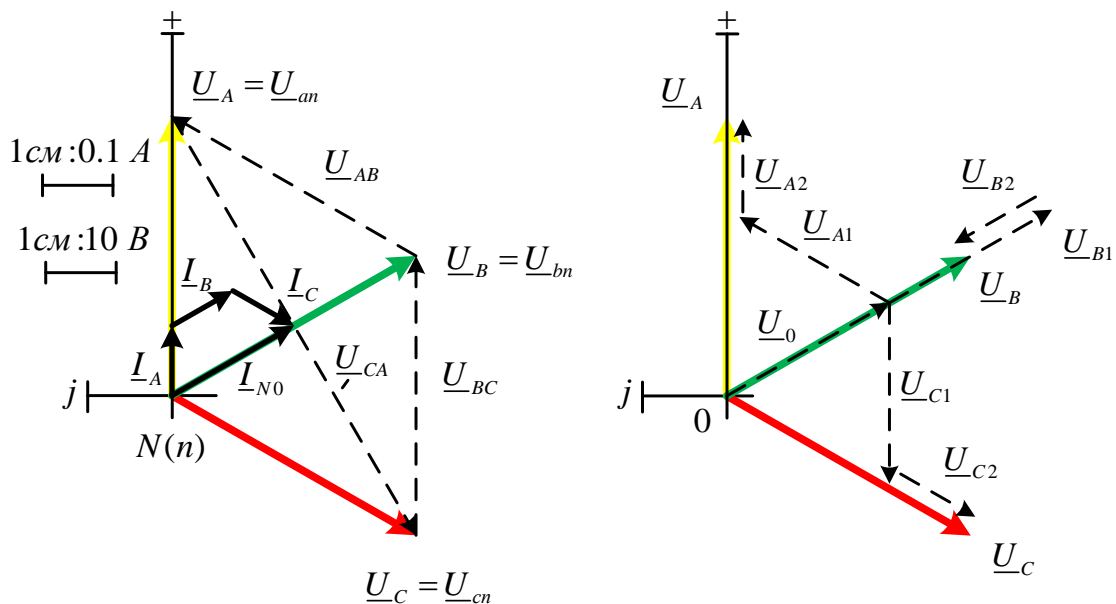


Рисунок 8 – Векторні діаграми струмів та напруг несиметричної трифазної системи зі схемою з'єднання генератора та споживача «зірка –зірка з нульовим проводом»

Проведемо дослідження несиметричного трифазного кола методом симетричних складових з схемою з'єднання «зірка – зірка без нейтрального проводу» рис. 9.

Розкладання несиметричної системи фазних напруг  $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$  на симетричні складові аналітичним та графічним шляхами наведені вище для з'єднання трифазного генератора та навантаження за схемою «зірка – зірка з нейтральним проводом» (рис. 3). Діючи значення фазних напруг  $U_A = 20(V), U_B = 20(V)$  та  $U_C = 20(V)$ . Величини фазних опорів симетричного споживача для схеми з'єднання «зірка – зірка без нульового проводу» у  $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = R = 200 (Ом)$ .

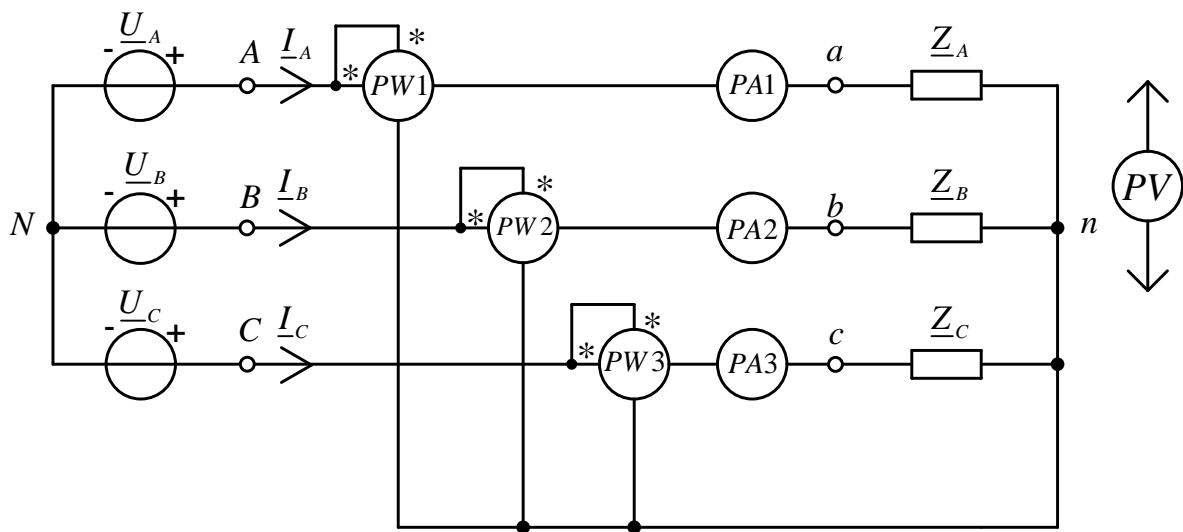


Рисунок 9 – Схема несиметричної трифазної системи без нульового проводу

Струми фаз для прямої послідовності дорівнюють

$$\begin{aligned} \underline{I}_{A1} &= \frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}_A} = \frac{13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ}}{200} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{B1} &= \underline{I}_{A1} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{C1} &= \underline{I}_{A1} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 180^\circ} \text{ A}. \end{aligned} \quad (18)$$

Розрахуємо фазні напруги споживача для прямої складової

$$\begin{aligned} \underline{U}_{a1} &= \underline{I}_{A1} \cdot \underline{Z}_A = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot 200 = 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \text{ B}; \\ \underline{U}_{b1} &= \underline{U}_{a1} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 200 = 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ B}; \\ \underline{U}_{c1} &= \underline{U}_{a1} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 200 = 13.333 \cdot e^{j \cdot 180^\circ} \text{ B}. \end{aligned} \quad (19)$$

Струми фаз трифазного кола для зворотної послідовності дорівнюють

$$\begin{aligned}\underline{I}_{A2} &= \frac{\underline{E}_{A2}}{\underline{Z}_A} = \frac{6.667 \cdot e^{j \cdot 0}}{200} = 0.033 \text{ A}; \\ \underline{I}_{B2} &= \underline{I}_{A2} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 0.033 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 0.033 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{C2} &= \underline{I}_{A2} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 0.033 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 0.033 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \text{ A}.\end{aligned}\tag{20}$$

Розрахуємо фазні напруги споживача для зворотної складової

$$\begin{aligned}\underline{U}_{a2} &= \underline{I}_{A2} \cdot \underline{Z}_A = 0.033 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} \cdot 200 = 6.667 \text{ B}; \\ \underline{U}_{b2} &= \underline{U}_{a2} \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 6.667 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 6.667 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} \text{ B}; \\ \underline{U}_{c2} &= \underline{U}_{a2} \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 6.667 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 6.667 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \text{ B}.\end{aligned}\tag{21}$$

Струми фаз для зворотної послідовності у зв'язку з  $\underline{U}_{A0} = \underline{U}_{B0} = \underline{U}_{C0} = \underline{U}_{NN} = 13.333 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ (B)}$  дорівнюють

$$\underline{I}_{A0} = \underline{I}_{B0} = \underline{I}_{C0} = 0.\tag{22}$$

Струм в нейтралі для нульової складової відсутній (фізично не має нульового проводу)

$$\underline{I}_{N0} = \underline{I}_{A0} + \underline{I}_{B0} + \underline{I}_{C0} = 0.\tag{23}$$

Визначимо напруги на навантаженні для нульової складової

$$\underline{U}_{a0} = \underline{U}_{b0} = \underline{U}_{c0} = \underline{I}_{A0} \cdot \underline{Z}_A = 0 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \cdot 200 = 0.\tag{24}$$

Фазні струми для електричного кола (рис. 4) розраховуються за наступними виразами

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= \underline{I}_{A0} + \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} = \\ &= 0 + 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + 0.033 \cdot e^{j \cdot 0} = 0.088 \cdot e^{j \cdot 40.893^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{A0} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{I}_{A1} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{I}_{A2} = \\ &= 0 + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 0.033 \cdot e^{j \cdot 0} = 0.033 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{A0} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{I}_{A1} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{I}_{A2} = \\ &= 0 + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 0.067 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 0.033 \cdot e^{j \cdot 0} = 0.088 \cdot e^{-j \cdot 160.893^\circ} \text{ A}.\end{aligned}\tag{25}$$

Фазні напруги на навантаженні розраховуються за формулами

$$\begin{aligned}
 \underline{U}_{an} &= \underline{U}_{a0} + \underline{U}_{a1} + \underline{U}_{a2} = \\
 &= 0 + 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + 6.667 \cdot e^{j \cdot 0} = 17.638 \cdot e^{j \cdot 40.893^\circ} \text{ В}; \\
 \\
 \underline{U}_{bn} &= \underline{U}_{a0} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{a1} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{a2} = \\
 &= 0 + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 6.667 \cdot e^{j \cdot 0} = 6.667 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \text{ В}; \\
 \\
 \underline{U}_{cn} &= \underline{U}_{a0} + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{a1} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot \underline{U}_{a2} = \\
 &= 0 + e^{j \cdot 120^\circ} \cdot 13.333 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 6.667 \cdot e^{j \cdot 0} = 17.638 \cdot e^{-j \cdot 160.893^\circ} \text{ В}.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Розрахуємо активні потужності трифазного електричного кола та складемо баланс потужностей

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \text{Re}(\underline{U}_{an} \cdot \underline{I}_A^*) = 17.638 \cdot e^{j \cdot 40.893^\circ} \cdot 0.088 \cdot e^{-j \cdot 40.893^\circ} = 1.556 \text{ Вт}; \\
 P_2 &= \text{Re}(\underline{U}_{bn} \cdot \underline{I}_B^*) = 6.667 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \cdot 0.033 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} = 0.222 \text{ Вт}; \\
 P_3 &= \text{Re}(\underline{U}_{cn} \cdot \underline{I}_C^*) = 17.638 \cdot e^{-j \cdot 160.893^\circ} \cdot 0.088 \cdot e^{j \cdot 160.893^\circ} = 1.556 \text{ Вт}; \\
 P &= P_1 + P_2 + P_3 = 1.556 + 0.222 + 1.556 = 3.333 \text{ Вт}; \\
 \\
 \underline{S}_\Gamma &= \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \cdot \underline{I}_C^* = \\
 &= 20 \cdot 0.088 \cdot e^{-j \cdot 40.893^\circ} + 20 \cdot e^{-j \cdot 60^\circ} \cdot 0.033 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} + \dots \\
 &\dots + 20 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \cdot 0.088 \cdot e^{-j \cdot 160.893^\circ} = 3.333 \text{ ВА}; \\
 \\
 \underline{S}_H &= I_A^2 \cdot \underline{Z}_A + I_B^2 \cdot \underline{Z}_B + I_C^2 \cdot \underline{Z}_C + I_N^2 \cdot \underline{Z}_N = \\
 &= 0.088^2 \cdot 200 + 0.033^2 \cdot 200 + 0.088^2 \cdot 200 = 3.333 \text{ ВА}.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Використовуючи імітаційну модель несиметричної трифазної системи у пакеті прикладних програм SimPowerSystems (Matlab), яка наведена на рис. 10, визначаємо покази вимірювальних приладів.

Баланс потужностей виконується  $\underline{S}_{\text{ГЕН}} = \underline{S}_{\text{СПОЖ}}$ , що свідчить про вірність знайдених величин електричних координат в трифазному колі. На рис. 11 представимо векторну діаграму струмів та векторну діаграму напруг для електричного кола, яке зображено на рис. 9.

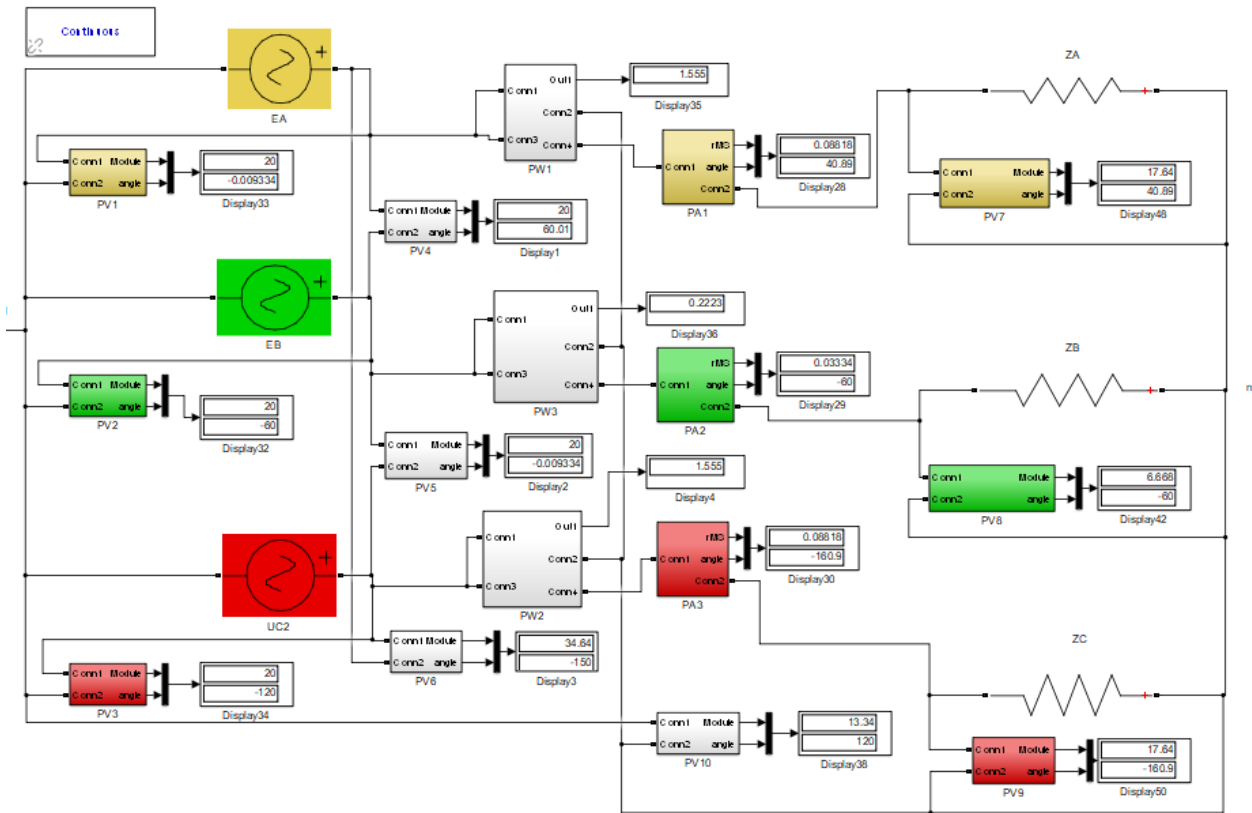


Рисунок 10 – Імітаційна модель несиметричної трифазної системи зі схемою з’єднання генератора та споживача «зірка –зірка без нульового проводу»

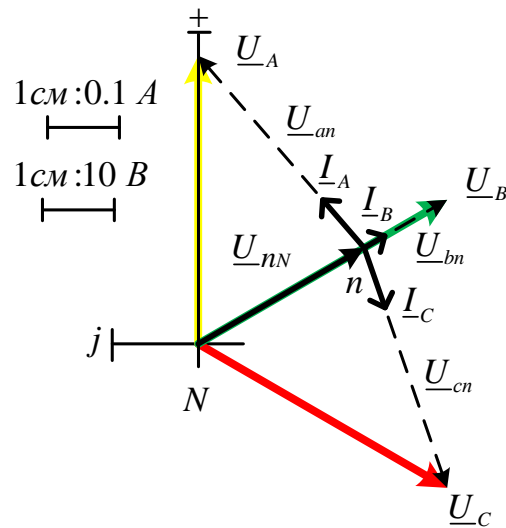


Рисунок 11 – Векторні діаграми струмів та напруг несиметричної трифазної системи зі схемою з’єднання генератора та споживача «зірка –зірка без нульового проводу»

**Висновок.** Розроблені імітаційні моделі в SimPowerSystems для дослідження трифазних електричних кіл з несиметричним джерелом пройшли верифікацію за допомогою розрахунків на основі методу симетричних складових прямої, зворотної та нульової послідовностей чергування фаз.

Експериментальні дані показали, що наявність нейтрального проводу у трифазному колі з несиметричним джерелом із схемою з'єднання генератора та споживача «зірка – зірка» забезпечує незалежність роботи фазних напруг споживача від навантаження як і для несиметричних кіл при несиметричному споживачеві, але фазні напруги навантаженні теж мають несиметрію аналогічну до несиметрії фазних напруг генератора, наявність струму в нейтральному проводі ( $\underline{I}_{N0} = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 3 \cdot \underline{I}_{A0}$ ), наявність нульової складової в фазних (лінійних) струмах, фазних напругах генератора та навантаження і тільки у лінійних напругах джерела (споживача) нульова складова була відсутня за рахунок  $\underline{U}_{AB0} = \underline{U}_{A0} - \underline{U}_{B0} = 0$ . Величина повної комплексної потужності досліджуваної схеми генератора та навантаження збігаються ( $\underline{S}_G = \underline{S}_H$ ).

Відсутність нейтрального проводу у трифазному колі з несиметричним джерелом зі схемою з'єднання генератора та споживача «зірка – зірка» спричиняє до несиметрії фазних напруг трифазного споживача, появи напруги зміщення нейтралі  $\underline{U}_0 = \underline{U}_{NN}$  та нульової складової тільки в фазних напругах джерела. Відсутність нульового проводу привела до зменшення повної потужності трифазного кола.

#### Перелік посилань

1. Бойко В.С., Бойко В.В., Видолоб Ю.Ф., Курило І.А., Шеховцов В.І. та Шидловська Н.А. Теоретичні основи електротехніки: підручник: У 3 т. / За заг. ред. І.М. Чиженка, В.С. Бойка. – К : НТУУ «КПІ», 2013. – 244 с.
2. Щерба А.А. Симетричні складові та вищі гармоніки у трифазних колах: Методичні вказівки до виконання розрахункових робіт з курсу «Теоретична електротехніка» для студ. напрямів підготовки 0906 «Електротехніка», 0922 «Електромеханіка» / Уклад.: А.А. Щерба, І.А. Курило, І.Н. Намацалюк. – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 76 с.
3. Бойко В.С. Методи електродинаміки в електротехніці: [Лабораторний практикум]: навч. посіб. для здобувачів ступеня магістра за освітньою програмою «Електромеханічні системи автоматизації, електропривод та електромобільність» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / В. С. Бойко, М. П. Бурик, А. А. Шуляк; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 145 с.
4. Островерхов М.Я. Обчислювальна техніка та програмування-2: посібник до кредитного модуля для студентів напряму підготовки 6.050702 «Електромеханіка» спеціальності «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод» / М.Я. Островерхов, С.О. Бур'ян – К.: НТУУ «КПІ», 2010, – 236 с.
5. Бурик М.П. Імітаційна модель однорідної симетричної ланцюгової схеми / М.П. Бурик, Д.С. Коломійчук// Тези доповідей за матеріалами Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених, аспірантів і студентів "Сучасні проблеми електроенерготехніки та автоматики". – Київ: ФЕА НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» 2021. – С 446-462.