

РОЗРАХУНОК РЕАКТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ ІНДУКЦІОННО-ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Науменко С.В., зав. лаб., Спінул О.Ю., учб. майстер, Тарасов Р.Д., студент
КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра електромеханіки

Вступ. В даний час для ряду областей промисловості України, де потрібне отримання зворотньо-поступального руху робочого органу виробничого механізму, застосовуються індукційно-динамічні двигуни (ІДД) з імпульсним джерелом збудження.

Їхня робота заснована на взаємодії магнітного поля, що виникає при проходженні імпульсу струму i_1 по цівці збудження індуктора або статора і струмом, що індуктується цим полем в короткозамкнутому витку, розташованому на якорі. Внаслідок цього виникає сила F , яка визначається за таким виразом

$$F = i_1 i_2 \frac{dM}{dx}$$

M – взаємоіндуктивність двох контурів зі струмами i_1 та i_2
 x – пересування якоря щодо індуктора.

Можна показати [1], що вираз для сили перетворюється до вигляду

$$F = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dZ_1}{dx},$$

де $Z_1, f(x)$ – самоіндуктивність індуктора. Причому останній вираз зручніше для розрахунків, т.т. не вимагає визначення струму i_2 у короткозамкнутому кільці якоря, що пов'язане зі значними труднощами.

Однак, у вираз для сили входить повна індуктивність статора обмотки, яка природньо змінюється при переміщенні якоря.

У вже цитованій роботі пропонується визначити залежність $Z_1(x)$ експериментально.

Природньо, можливе аналітичне отримання цієї залежності.

Мета роботи. 1. При відомій конструкції ІДД, відомих геометричних розмірах, у загальному вигляді отримати вираз для взаємоіндуктивності двох струмових шарів, що знаходяться в залізі певної довжини, при $\mu_{Fe} = \infty$. 2. Визначити у загальному вигляді вирази для індуктивностей пазового розпорощення статора та якоря.

Матеріали і результати досліджень. Визначення взаємної індуктивності двох струмових шарів, що знаходяться в залізі певної довжини при $\mu_{Fe} = \infty$

Знайдемо значення індукцій та B_1 и B_2 (рис.1)

Відповідно до закону цілого струму

$$B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 i_1 w_1}{h} \quad (1)$$

Враховуючи принцип безперервності магнітного потоку, отримаємо:

$$(B_1 Z_1 + \frac{B_1 a_1}{2}) = \frac{B_2 a_2}{2} + B_2 b_2 \quad (2)$$

Позначимо через α співвідношення:

$$\alpha = \frac{a_1}{a_2}, \quad \text{тоді} \quad \frac{B_1}{B_2} = -\alpha \quad (3)$$

що випливає з подібності трикутників АВО та СДО.

Очевидно, що $a_1 + a_2 = a$ тоді, враховуючи (3), отримаємо:

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{a}{1+\alpha}; \quad a_1 = \alpha a_2 = \frac{\alpha a}{1+\alpha}; \\ a_1 &= -\frac{B_1 a}{B_2 - B_1}; \quad a_2 = -\frac{B_2 a}{B_2 - B_1}; \end{aligned} \quad (4)$$

Підставляючи рівності (4) у вираз (2), маємо

$$B_1 Z_1 + \frac{B_1^2 a}{2(B_2 - B_1)} = \frac{B_2^2 a}{2(B_2 - B_1)} + B_2 b_2$$

або

$$2B_1 Z_1 (B_1 - B_2) + a(B_1^2 - B_2^2) + 2B_2 b_2 (B_1 - B_2) = 0$$

Позначимо $B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 i_1 w_1}{h} = K$, тоді після низки перетворень

$$B_1 = -\frac{K(2b_2 + a)}{2Z_1 + 2b_2 + 2a} = -\frac{K(2b_2 + a)}{2l}$$

Таким чином отримаємо наступні вирази для B_1 та B_2 :

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{\mu_0 i_1 w_1}{h} \left(1 - \frac{(2b_2 + a)}{2l}\right) \\ B_1 &= \frac{\mu_0 i_1 w_1}{h} \frac{(2b_2 + a)}{2l} \end{aligned} \quad (5)$$

Знайдемо вираз визначення координати початку відліку z_0

$$z_0 = z_1 + a_1 \quad (\text{рис. 1})$$

$a_1 = -\frac{B_1 a}{B_2 - B_1}$ підставивши в цю рівність B_1 з виразів (5), і, враховуючи (1),

отримаємо:

$$a_1 = \frac{2b_2 + a}{2l}$$

Таким чином, остаточно:

$$Z_0 = Z_1 + \frac{2b_2 + a}{2l} \quad (6)$$

Визначимо тепер потокозчеплення взаємної індукції. Розглянемо рис. 1. Поле створюється первинним струмовим шаром (поз. 1). У момент часу $t=0$ вплив струмів вторинного елемента не враховується.

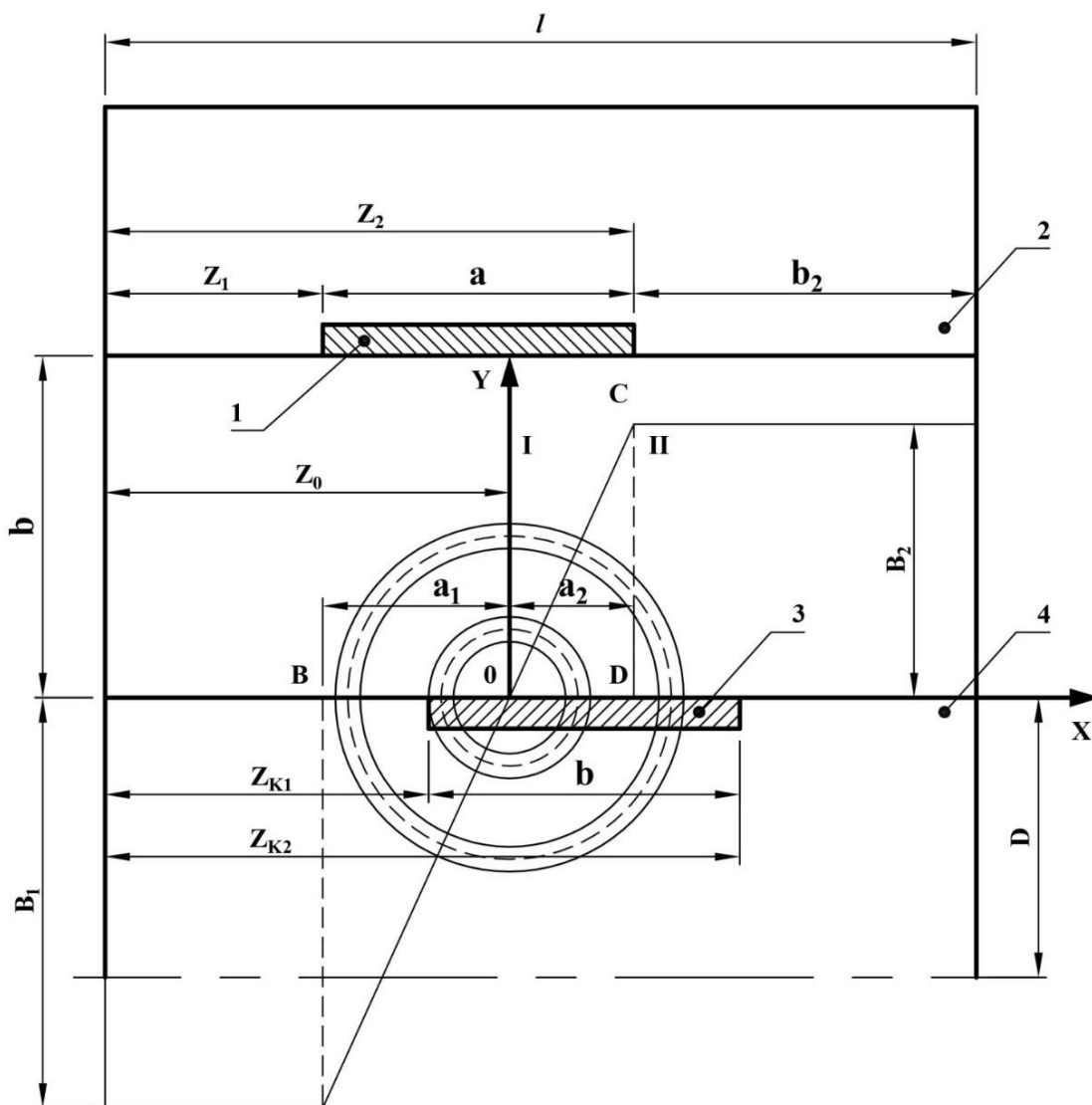


Рисунок 1 – Загальний вигляд двох струмових шарів

Визначимо зчеплення цього поля із вторинним струмовим шаром (поз. 2). Виберемо систему координат ХУ, початок відліку якої розташовано у точці переходу кривої розподілу індукції у шпарині через нуль. Залежно від розташування вторинного струмового шару щодо первинного, можливі три окремі випадки:

- 1) $Z_0 - Z_{K1} < Z_2 - Z_0$
- 2) $Z_0 - Z_{K1} = Z_2 - Z_0$
- 3) $Z_0 - Z_{K1} > Z_2 - Z_0$

Розглянемо розташування струмового шару якоря, що задовольняє першу нерівність:

$$Z_0 - Z_{K1} < Z_2 - Z_0$$

У цьому випадку вторинний струмовий шар знаходиться у двох зонах:

Зона I – індукція, що лінійно змінюється $B(x) = \frac{B_2(x)}{Z_2 - Z_0}$

Зона II – постійна індукція B_2 .

Далі виділимо елементарні трубки магнітного потоку.
Для зони I потік цієї трубки [3]

$$d\Phi_{x_1} = \frac{B_2}{Z_2 - Z_0} x l'_h dx$$

Для зони II:

$$d\Phi_{x_2} = B_2 l'_h dx$$

де $l'_h = \pi D$ – довжина трубки магнітного потоку; D – діаметр якоря; $l'_h dx$ – переріз елементарних трубок магнітного потоку заввишки dx .

Таким чином отримаємо:

$$d\Phi_{x_1} = \frac{B_2}{Z_2 - Z_0} x \pi D dx$$

$$d\Phi_{x_2} = B_2 \pi D dx$$

Створювані цими трубками елементарні потокозчеплення:

$$d\psi'_{x_1} = \frac{2xw_2}{b} d\Phi_{x_1};$$

$$d\psi''_{x_1} = \left[\frac{w_2(Z_0 - Z_{K_1})}{b} + \frac{w_2}{b} x \right] d\Phi_{x_1};$$

$$d\psi'_{x_2} = \left[\frac{w_2(Z_0 - Z_{K_1})}{b} + \frac{w_2}{b} x \right] d\Phi_{x_2};$$

$$d\psi''_{x_2} = w_2 d\Phi_{x_2};$$

де w_2 – число витків вторинного контуру.

Повне потокозчеплення взаємної індукції:

$$\psi'_{21} = \int_0^{Z_0 - Z} d\psi'_{x_1} + \int_{Z_0 - Z_{K_1}}^{Z_2 - Z_0} d\psi''_{x_1} + \int_{Z_2 - Z_0}^{Z_{K_2} - Z_0} d\psi'_{x_2} + \int_{Z_{K_2} - Z_0}^{l - Z_0} d\psi''_{x_2},$$

де кожен із доданків:

$$- \int_0^{Z_0 - Z_{K_1}} d\psi'_{x_1} = \int_0^{Z_0 - Z_{K_1}} \frac{2xw_2B_2}{b(Z_2 - Z_0)} x \pi D dx = \frac{2}{3} \frac{w_2B_2\pi D (Z_0 - Z_{K_1})^3}{b(Z_2 - Z_0)};$$

$$- \int_{Z_0 - Z_{K_1}}^{Z_2 - Z_0} d\psi''_{x_1} = \int_{Z_0 - Z_{K_1}}^{Z_2 - Z_0} \left[\frac{w_2}{b} (Z_0 - Z_{K_1}) + \frac{w_2}{b} x \right] \frac{B_2}{(Z_2 - Z_0)} x \pi D dx =$$

$$= \frac{w_2}{b} (Z_0 - Z_{K_1}) \frac{B_2\pi D}{(Z_2 - Z_0)} \left[\frac{(Z_2 - Z_0)^2 (Z_0 - Z_{K_1})^2}{2} \right] + \frac{w_2}{b} \frac{B_2\pi D}{(Z_2 - Z_0)} \left[\frac{(Z_2 - Z_0)^3 (Z_0 - Z_{K_1})^3}{3} \right];$$

$$- \int_{Z_2 - Z_0}^{Z_{K_1} - Z_0} d\psi'_{x_2} = \int_{Z_2 - Z_0}^{Z_{K_1} - Z_0} \left[\frac{w_2}{b} (Z_0 - Z_{K_1}) + \frac{w_2}{b} x \right] B_2 \pi D dx =$$

$$= \frac{w_2}{b} (Z_0 - Z_{K_1}) B_2 \pi D (Z_{K_1} - Z_2) + \frac{w_2}{b} B_2 \pi D \left[\frac{(Z_{K_1} - Z_0)^2 (Z_2 - Z_0)^2}{2} \right];$$

$$- \int_{Z_{K_2} - Z_0}^{l - Z_0} d\psi''_{x_2} = \int_{Z_{K_2} - Z_0}^{l - Z_0} w_2 B_2 \pi D dx = w_2 B_2 \pi D (l - Z_{K_2});$$

Підставивши доданки, отримаємо повне потокозчеплення взаємної індукції:

$$\begin{aligned} \Psi_{21} = & \frac{2 w_2 B_2 \pi D (Z_0 - Z_{K_1})^3}{3 b (Z_2 - Z_0)} + \frac{w_2 (Z_0 - Z_{K_1}) B_2 \pi D}{b (Z_2 - Z_0)} \left[\frac{(Z_2 - Z_0)^2 (Z_0 - Z_{K_1})^2}{2} \right] + \\ & + \frac{w_2 B_2 \pi D}{b (Z_2 - Z_0)} \left[\frac{(Z_2 - Z_0)^3 (Z_0 - Z_{K_1})^3}{3} \right] + \\ & + \frac{w_2 (Z_0 - Z_{K_1}) B_2 \pi D (Z_{K_2} - Z_2)}{b} + \frac{w_2 B_2 \pi D}{b} \left[\frac{(Z_{K_2} - Z_0)^2 (Z_2 - Z_0)^2}{2} \right] + \\ & + w_2 B_2 \pi D (l - Z_{K_2}) = w_2 B_2 \pi D \left\{ \frac{\frac{2 (Z_0 - Z_{K_1})^3}{3 (Z_2 - Z_0) b} + \frac{Z_0 - Z_{K_1}}{Z_2 - Z_0} \left[\frac{(Z_2 - Z_0)^2 - (Z_0 - Z_{K_1})^2}{2b} \right]}{\frac{(Z_2 - Z_0)^3 - (Z_0 - Z_{K_1})^3}{3b(Z_2 - Z_0)} + \frac{(Z_0 - Z_{K_1})(Z_{K_2} - Z_2)}{b}} + \right. \\ & \left. \frac{(Z_{K_2} - Z_0)^2 (Z_2 - Z_0)^2}{2b} + l - Z_{K_2} \right\} \end{aligned}$$

З урахуванням рівностей (5) вираз для Ψ_{21} має вигляд:

$$\Psi_{21} = \frac{\mu_0 i_1 w_1 w_2 \pi D}{h} \left(1 - \frac{2b_2 + a}{2l} \right) \left\{ \frac{\frac{2 (Z_0 - Z_{K_1})^3}{3 (Z_2 - Z_0) b} + \frac{Z_0 - Z_{K_1}}{Z_2 - Z_0} \left[\frac{(Z_2 - Z_0)^2 - (Z_0 - Z_{K_1})^2}{2b} \right]}{\frac{(Z_2 - Z_0)^3 - (Z_0 - Z_{K_1})^3}{3b(Z_2 - Z_0)} + \frac{(Z_0 - Z_{K_1})(Z_{K_2} - Z_2)}{b}} + \right. \\ \left. \frac{(Z_{K_2} - Z_0)^2 - (Z_2 - Z_0)^2}{2b} + l - Z_{K_2} \right\}$$

Взаємна індуктивність:

$$L_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} = \frac{\mu_0 w_1 w_2 \pi D}{h} \left(1 - \frac{2b_2 + a}{2l} \right) \left\{ \frac{\frac{2 (Z_0 - Z_{K_1})^3}{3 (Z_2 - Z_0) b} + \frac{Z_0 - Z_{K_1}}{Z_2 - Z_0} \left[\frac{(Z_2 - Z_0)^2 - (Z_0 - Z_{K_1})^2}{2b} \right]}{\frac{(Z_2 - Z_0)^3 - (Z_0 - Z_{K_1})^3}{3b(Z_2 - Z_0)} + \frac{(Z_0 - Z_{K_1})(Z_{K_2} - Z_2)}{b}} + \right. \\ \left. \frac{(Z_{K_2} - Z_0)^2 - (Z_2 - Z_0)^2}{2b} + l - Z_{K_2} \right\}$$

Аналогічні обчислення дозволяють отримати вирази для взаємної індуктивності L_{21} для окремих випадків розташування вторинного елемента 2 і 3.

Для випадку 2:

$$L_{21} = \frac{\mu_0 w_1 w_2 \pi D}{h} \left(1 - \frac{2b_2 + a}{2l} \right) \left[\frac{2 (Z_2 - Z_0)^2}{3 b} + \frac{2(Z_0 - Z_{K_1})(Z_{K_2} - Z_2) + (Z_{K_2} - Z_2)^2 (Z_2 - Z_0)^2}{2b} + l + Z_{K_2} \right]$$

Для випадку 3 взаємна індуктивність дорівнює:

$$L_{21} = \frac{\mu_0 w_1 w_2 \pi D}{h} \left(1 - \frac{2b_2 + a}{2l} \right) *$$

$$* \left[\frac{2(Z_2 - Z_0)^2}{3b} + \frac{(Z_0 - Z_{K_1})^2 - (Z_2 - Z_0)^2}{b} + \frac{2(Z_0 - Z_{K_1})(Z_{K_2} - 2Z_0 + Z_{K_1}) + (Z_{K_2} - Z_0)^2 - (Z_0 - Z_{K_1})^2}{2b} + l + Z_{K_2} \right]$$

Визначення індуктивності пазового розпорошення статора і якоря.

Розглянемо паз індуктора (рис. 2), і припустимо для простоти, що лінії магнітної індукції поля розпорошення паза перетинають його перпендикулярно до бокових стінок.

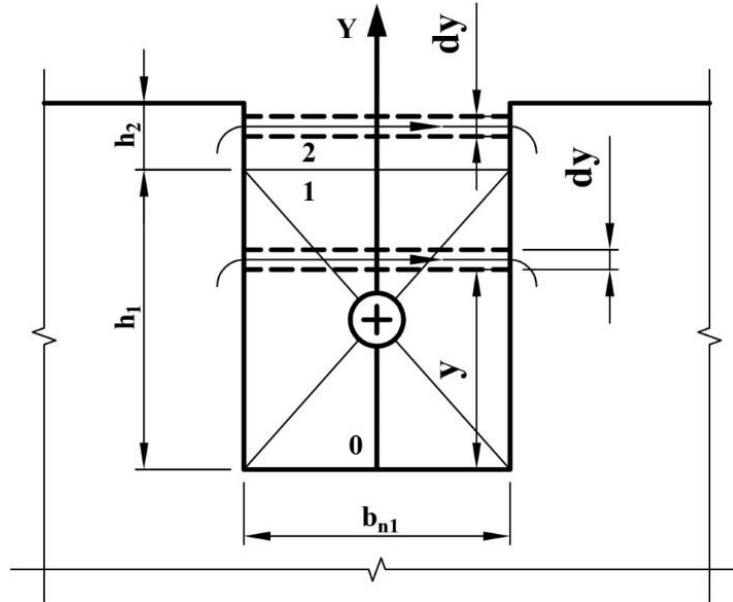


Рисунок 2 – Загальний вигляд паза індуктору

Обчислимо потокозчеплення провідників паза (w_1) з потоком, ними створеним [2].

У частині паза заввишки h_1 (зона 1) лінія магнітної індукції B_{y1} на висоті “ y ” створюється струмом $y/h_1 \times w_1 i_1$ і зчіпляється з числом витків $y/h_1 \times w_1$

Вважаючи для криці $\mu_{Fe} = \infty$ за законом цілого струму маємо:

$$\beta y_1 b n_1 = \mu_0 \frac{y}{h_1} w_1 i_1$$

звідки

$$\beta y_1 = \frac{\mu_0}{b n_1} \frac{y}{h_1} w_1 i_1 \quad (1)$$

У частині паза висотою h_2 (зона 2) індукція βy_2 визначається цілим струмом паза:

$$\beta y_2 = \frac{\mu_0}{b n_1} w_1 i_1 \quad (2)$$

Розрахункова довжина ліній поля розпорошення πD_K

Потік у зоні 1 (рис.2) описується виразом:

$$\Phi_{in}^{(1)} = \beta y_1 \pi \left[\frac{D_1^2}{4} - \frac{(D_1 - y)^2}{4} \right]$$

де

$$D_1 = D + 2(\delta + h_1 + h_2) \quad (\text{рис. 3})$$

D – діаметр якоря, δ – розмір шпарини.

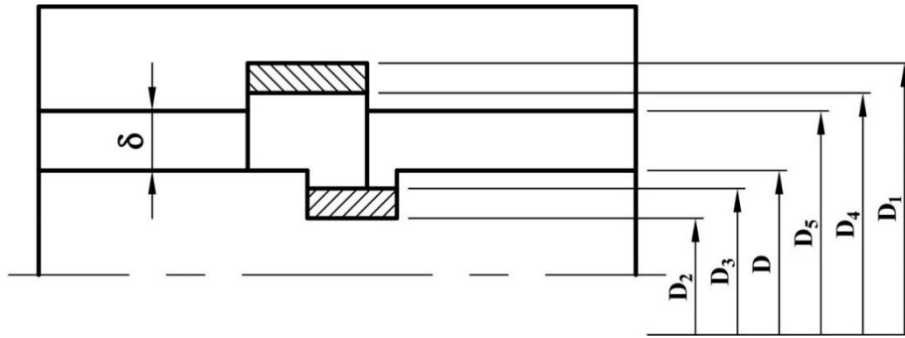


Рисунок 3 – Два циліндричні струмові шари зі шпариною

Елементарні потокозчеплення:

$$d\psi_{1n}^{(1)} = \Phi_{1n}^{(1)} dw_1$$

де $dw_1 = \frac{w_1}{h_1} dy$

З урахуванням цієї рівності маємо:

$$d\psi_{1n}^{(1)} = \beta y_1 \pi \left[\frac{D_1^2}{4} - \frac{(D_1 - y)^2}{4} \right] \frac{w_1}{h_1} dy$$

Аналогічно потік у зоні 2

$$\Phi_{1n}^{(2)} = \beta y_2 \pi \left(\frac{D_4^2}{4} - \frac{D_5^2}{4} \right)$$

де

$$D_4 = D_1 - 2h_1 \quad (\text{рис. 3})$$

$$D_5 = D_1 - 2(h_1 + h_2) \quad (\text{рис. 3})$$

Повне потокозчеплення з провідниками паза (w_1):

$$\psi_{n1} = \frac{w_1}{h_1} \int_0^{h_1} \beta y_1 \pi \left[\frac{D_1^2}{4} - \frac{(D_1 - y)^2}{4} \right] dy - w_1 \beta y_2 \pi \left(\frac{D_4^2}{4} - \frac{D_5^2}{4} \right)$$

З урахуванням рівностей (1) та (2) отримаємо:

$$\psi_{n1} = \frac{\mu_0 w_1^2 i_1}{2bn_1} \pi \left(\frac{D_1 h_1}{3} - \frac{h_1^2}{8} + \frac{D_4^2 - D_5^2}{2} \right)$$

Визначимо індуктивність пазового розпорощення статора:

$$L_{1s} = \frac{\psi_{n1}}{I_1} = \frac{\mu_0 w_1^2}{2bn_1} \pi \left(\frac{D_1 h_1}{3} - \frac{h_1^2}{8} + \frac{D_4^2 - D_5^2}{2} \right)$$

Аналогічне завдання вирішимо для паза якоря, тобто. визначимо індуктивність пазового розпорощення якоря.

Відповідно до закону повного струму маємо:

$$\beta Z_1 b n_2 = \frac{Z}{l_1} \mu_0 i_2 w_2$$

$$\beta Z_2 b n_2 = \mu_0 i_2 w_2$$

Потік у зоні 1 (рис. 4) можна виразити як:

$$\Phi_{n2}^{(1)} = \beta Z_1 \pi \left[\frac{(D_2 + Z)^2}{4} - \frac{D_2^2}{4} \right]$$

де

$$D_2 = D - 2(l_1 + l_2) \quad (\text{рис. 3})$$

Потік у зоні 2 (рис. 4):

$$\Phi_{n2}^{(2)} = \beta Z_2 \pi \left[\frac{D^2}{4} - \frac{D_3^2}{4} \right]$$

де

$$D_3 = D - 2l_2 \quad (\text{рис. 3})$$

Повне потокозчеплення з провідниками паза (w_2):

$$\Psi_{n2} = \frac{\mu_0 w_2^2 i_2 \pi}{2bn_2} \left(\frac{D_2 l_1}{3} + \frac{l_1^2}{8} + \frac{D^2 - D_3^2}{2} \right)$$

Визначимо індуктивність пазового розпорощення якоря:

$$L_{2s} = \frac{\Psi_2}{i_2} = \frac{\mu_0 w_2^2}{2bn_2} \pi \left(\frac{D_2 l_1}{3} + \frac{l_1^2}{8} + \frac{D^2 - D_3^2}{2} \right)$$

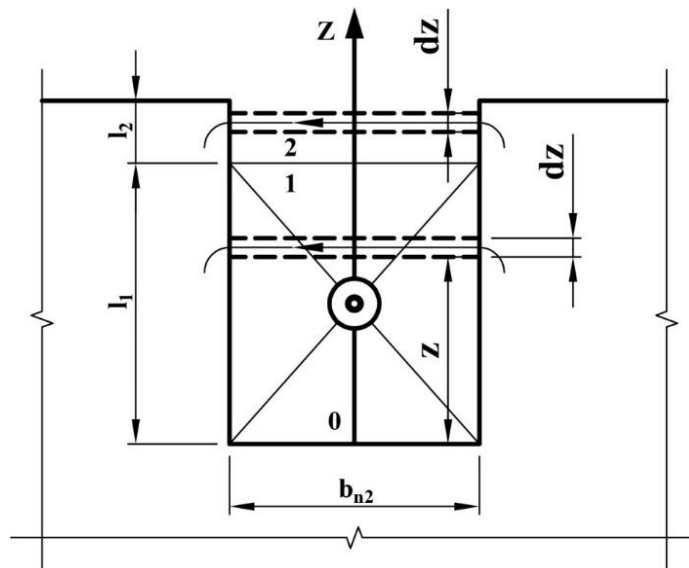


Рисунок 4 – Загальний вигляд паза якоря

Приклад розрахунку. Отримані вирази для взаємоіндуктивності двох струмових шарів, що у залізі певної довжини, і навіть вирази для визначення індуктивності пазового розпорощення статора і якоря індукційно-динамічної системи дозволяють побудувати графік залежності $L_{21} = f(\chi)$

Для цього приймемо $Z_{K1} = \chi$ і вважатимемо, що $l = 3a$, $Z_1 = a$, $Z_2 = 2a$, $Z_0 = 1.5a$, $a = b$

З огляду на це отримаємо такі вирази для взаємоіндуктивностей:

а) якщо $Z_0 - Z_{K1} < Z_2 - Z_0$ то

$$L_{21} = 0.5 \frac{\mu_0 w_1 w_2 \pi D}{h} \left\{ \begin{array}{l} \frac{4(1.5a - \chi)^3}{3a^2} + \frac{1.5a - \chi}{a^2} [0.25a^2 - (1.5a - \chi)^2] + \\ \frac{0.125a^3 - (Z_0 - \chi)^3}{1.5a^2} + \frac{(1.5a - \chi)(\chi - a)}{a} + \frac{(\chi - 0.5a)^2 - 0.25a^2}{2a} + 2a + \chi \end{array} \right\}$$

б) якщо $Z_0 - Z_{K_1} = Z_2 - Z_0$ то

$$L_{21} = 0.5 \frac{\mu_0 w_1 w_2 \pi D}{h} \left[0.167a + \frac{2(1.5a - \chi)(\chi - a) + (\chi - 0.5a)^2 - 0.25a^2}{a} + 2a - \chi \right]$$

в) якщо $Z_0 - Z_{K_1} > Z_2 - Z_0$ то

$$L_{21} = 0.5 \frac{\mu_0 w_1 w_2 \pi D}{h} \left[0.167a + \frac{(1.5a - \chi)^2 - 0.25a^2}{a} + \frac{4(1.5a - \chi)(\chi - a) + (\chi - 0.5a)^2 - (1.5a - \chi)^2}{2a} + 2a - \chi \right]$$

Задамо конкретні значення величин w_1, w_2, D, h, a

Наприклад, індукційно-динамічний двигун ударної машини для руйнування гірських порід, вони мають такі значення:

$$w_1 = 276, w_2 = 1, D = 0.16 \text{ м}, h = 10^{-3} \text{ м}, a = 0.1 \text{ м}$$

Тоді залежність $L_{21} = f(\chi)$ для розглянутих випадків можна подати у вигляді таблиць.

$$Z_0 - Z_{K_1} < Z_2 - Z_0$$

$L_{21}(\text{гН})$	0.0102	0.0084	0.0029
$\chi(\text{м})$	0.1	0.15	0.2

$$Z_0 - Z_{K_1} = Z_2 - Z_0$$

$L_{21}(\text{гН})$	0.102	0.0091	0.0058
$\chi(\text{м})$	0.1	0.15	0.2

$$Z_0 - Z_{K_1} > Z_2 - Z_0$$

$L_{21}(\text{гН})$	0.102	0.008	0.00146
$\chi(\text{м})$	0.1	0.15	0.2

За отриманими даними на рис. 5 побудований графік залежності $L_{21} = f(\chi)$, що дозволяє в кінцевому підсумку визначити зусилля двигуна

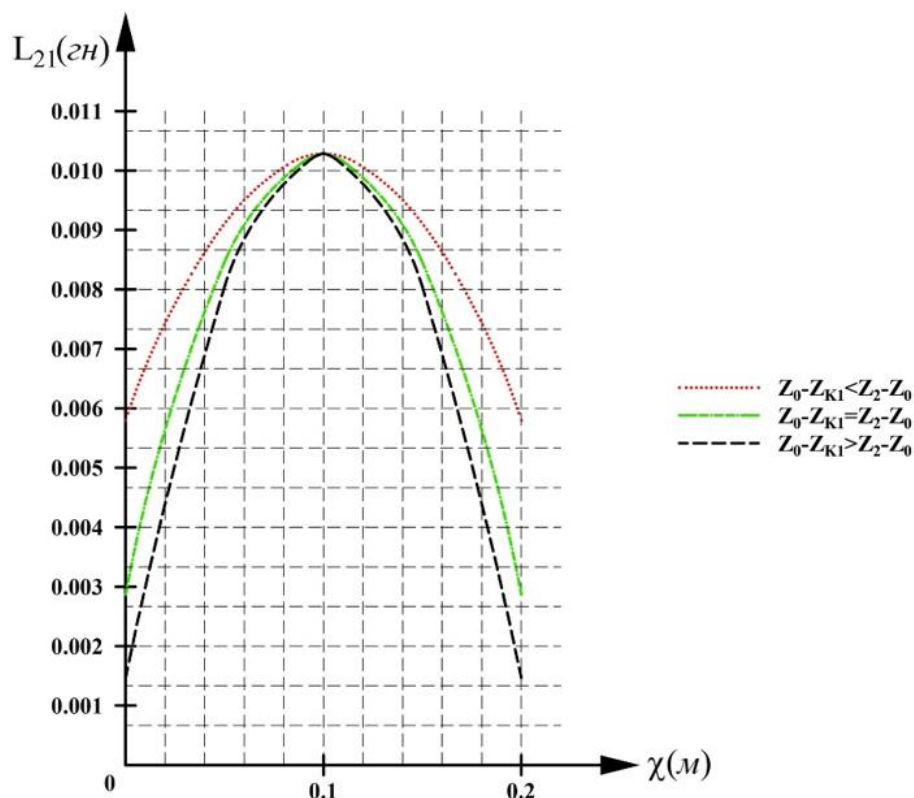


Рисунок 5 – Зміна взаємодуктивності перетворювача при пересуванні якоря

Таким чином, підставивши в залежність $F = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dZ_e}{dx}$ визначення (формулу) струму i_1 , отримаємо аналітичний вираз сили електродинамічної системи зворотно-поступального руху $F=f(x)$, що дозволить спроектувати потрібний не тільки для гірничої промисловості, а й для, наприклад, для військової промисловості, електродинамічний пристрій зворотно-поступального руху з необхідними властивостями та характеристиками.

Висновки. В роботі отримані аналітичні вирази для визначення індуктивних параметрів індукційно-динамічного двигуна зворотно поступального руху.

Ці вирази дозволяють визначити електромагнітну силу, розвиваємою двигуном, т.т. оцінити його робочі властивості і характеристики. Приведений приклад розрахунку.

Перелік посилань

1. М. П. Костенко и Л. М. Пиотровский «Электрические машины», «Энергия» Москва 1965 Ленинград
2. Вольдек А.И. «Электрические машины» Учебник для студентов вузов. — Изд. 2-е перераб. и доп. - Л.: Энергия, 1974. - 840 с.
3. Рихтер Р. «Электрические машины». Том 1. Расчетные элементы общего значения. Машины постоянного тока. (Elektrische maschinen) Учебное пособие для энергетических вузов. Перевод с немецкого под редакцией Ю.С. Чечета. (Ленинград - Москва: Госэнергоиздат, 1935)