

# ДОСЛІДЖЕННЯ ІТЕРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ РОЗРАХУНКУ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ. ГОЛОВНИЙ КРИТЕРІЙ ЗБІЖНОСТІ. ГРАНИЧНА ТОЧНІСТЬ

Савюк К.С., Романенко О.О., магістранти, Банін Д.Б., к.т.н., доц.  
КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра автоматизації енергосистем

**Вступ.** В ряді електротехнічних задач, які орієнтовані на використання численних методів диференціювання, і різносних систем рівнянь (наприклад, вибір оптимальних рішень...), для коректності результатів має бути гарантована необхідна точність вихідних параметрів і поточних режимних характеристиках розрахункових схем (опори  $\dot{Z}$ , напруги  $\dot{U}$ , втрати потужності  $\Delta P$  та інші). Цю інформаційну основу забезпечує задача розрахунку усталеного режиму, тому в її ітераційних процесах мають бути задіяні строгі (прямі) критерії збіжності з інформацією про реальну точність процесів. Задача являється актуальною для розробки програмних засобів моделювання режимів в електроенергетиці.

**Мета роботи.** Дана робота має довести коректність терміну <гранична точність> для конкретних розрахункових схем. Має бути розроблений універсальний метод визначення граничної точності і рекомендований головний критерій збіжності ітераційних процесів. Дослідницька задача вирішується для різних алгоритмів ітерацій, для експериментальних і промислових розрахункових схем великого обсягу. Дослідження обмежуються методами з базовою матрицею провідності  $\dot{Y}$ .

**Матеріали та результати досліджень.** Для вирішення поставленої задачі розроблені чотири програми розрахунку режиму, які використовують просту ітерацію (PROiii), ітерацію Зейделя (ZEYiii), ітерацію з оберненою матрицею провідностей (Y\_Ziii) та ітерацію метода Ньютона. Цей широкий математичний набір повинен забезпечити коректність висновків по результатам аналізу спектра алгоритмічно різних ітераційних процесів.

Всі програмні реалізації опираються на ряд загальних електротехнічних та математичних позицій:

\* Задіяна блочна структура матриці  $\dot{Y}$ , де виділяються блоки для балансуєчих і навантажувальних вузлів розрахункових схем ( $\dot{Y}_{bb}, \dot{Y}_{bn}, \dot{Y}_{nb}, \dot{Y}_{nn}$ ), задані потужності навантажень ( $\dot{S}_n$ ), а невідомими являються напруги  $\dot{U}_n$ ;

\* Для всіх програм використовується одне і те саме рівняння стану режиму (PSP) і формат розрахунку ітерованого вектора нев'язки (для спрощення, навантажувальний індекс <n> виключений):

$$\dot{W} = \dot{Y} \cdot \dot{U} - \dot{B} = \mathbf{0} \text{ (PSP)}, \dot{F}^{(k)} = \dot{Y} \cdot \dot{U}^{(k)} - \dot{B}^{(k)} \text{ (нев'язка)}, \text{ де} \quad (1)$$

$k$  – крок ітерації;

$\dot{B}$  – вектор, що визначає нелінійність ітераційного процесу.

$$\dot{B} = \widehat{S}/\widehat{U} - \dot{Y}_{nb} \cdot \dot{U}_b, \quad \dot{B}^{(k)} = \dot{I}^{(k)} - \dot{I}_0 \quad (2)$$

Відмітимо, що мережеві параметри поперечних провідностей ліній і трансформаторів, а також вузлові шунти на землю  $\dot{Y}_S$ , враховані в структурі матриць провідностей  $\dot{Y}$ ;

\* Рекурентні відображення процесів, де вираховується поправка до вектора невідомих, також має аналогічну форму і механізм виводу розрахункових формул:

<b>PRO:</b>	$\dot{U}^{(k+1)} = \dot{U}^{(k)} - \dot{D}^{-1} \cdot \dot{F}^{(k)}$	Проста ітерація;	
<b>ZEY:</b>	$\dot{U}^{(k+1)} = \dot{U}^{(k)} - \dot{H}^{-1} \cdot \dot{F}^{(k)}$	Ітерація Зейделя;	(3)
<b>Y_Z:</b>	$\dot{U}^{(k+1)} = \dot{U}^{(k)} - \dot{Z} \cdot \dot{F}^{(k)}$	Ітерація з $\dot{Y}^{-1} = \dot{Z}$ ;	
<b>NF:</b>	$\dot{U}^{(k+1)} = \dot{U}^{(k)} - \dot{J}^{(k)} \cdot \dot{F}^{(k)}$	Ітерація Ньютона, де	

$\dot{D}, \dot{H}, \dot{Z}$  – відповідно діагональна або нижня трикутна складова матриці  $\dot{Y}$  і обернена їй в факторизованій формі;

$\dot{J}$  – матриця Якобі часткових похідних  $\partial \dot{w} / \partial \dot{U}$ . Через не аналітичність РСР матриця Якобі реалізується у дійсному просторі подвоєної розмірності ( $2n$ ). Корегується всередині ітераційного процесу;

\* Всі ітераційні процеси можуть закінчуватись за трьох причин: **нормальне завершення**  $SntB < EPS$ , де  $SntB$  – максимальний вузловий небаланс потужностей; **завершення при стабілізації**, коли  $SntB > EPS$ , але  $SntB < EPSp$ , де  $EPSp$  – гранична точність розрахункової схеми; **аварійне завершення** по максимальній дозволеній кількості ітерацій ( $Kit_m$ ). Кількість ітерацій, яка посвідчує наявність стабілізації процесу визначено параметром  $Kit_b$ . Для пропуску кроків, які не документуються задіяний параметр  $Kit_o$ . В процесах **PRO** та **ZEY** регулюється внутрішній цикл (ВНУП) по параметру  $Kit_e$ , окрім того є документація про значення критеріїв **непрямої** збіжності процесів:

$SntU < EPS$  де,  $SntU$  – максимальна поправка  $\partial \dot{U}^{(k)} = \dot{U}^{(k+1)} - \dot{U}^{(k)}$ ;

$SntS < EPS$  де,  $SntS$  – максимальна нев'язка  $\partial \dot{S}^{(k)} = \dot{U}^{(k+1)} \cdot \hat{I}^{(k)} - \dot{S}_n$ ;

На рис. 1 представлений ряд простих розрахункових схем, які використовуються для відлагодження і дослідницьких експериментів із певним схемним акцентом:

1. Схеми **ITER** для відлагодження ідентичності всіх процедур (**PRO**, **ZEY**);
2. Схеми **DBO** із прогнозом обов'язкової ситуації, коли  $EPSp \ll EPS$ ;
3. Схеми **IKT** із широким спектром напруг  $750 \div 0.4$  кВ і наявністю  $\dot{Y}_S$ ;

4. Схема **IZO** із наявністю нульових опорів  $Z_0$ , щодо комутаційних пристроїв;
5. Схема **TRANS** – авторська промислова схема по матеріалам оператора системи з розподілу (ОСР) ПрАТ ДТЕК <Київські регіональні мережі>;
6. Схема **KONTUR** для аналізу впливу рівня замкнутості електромереж.

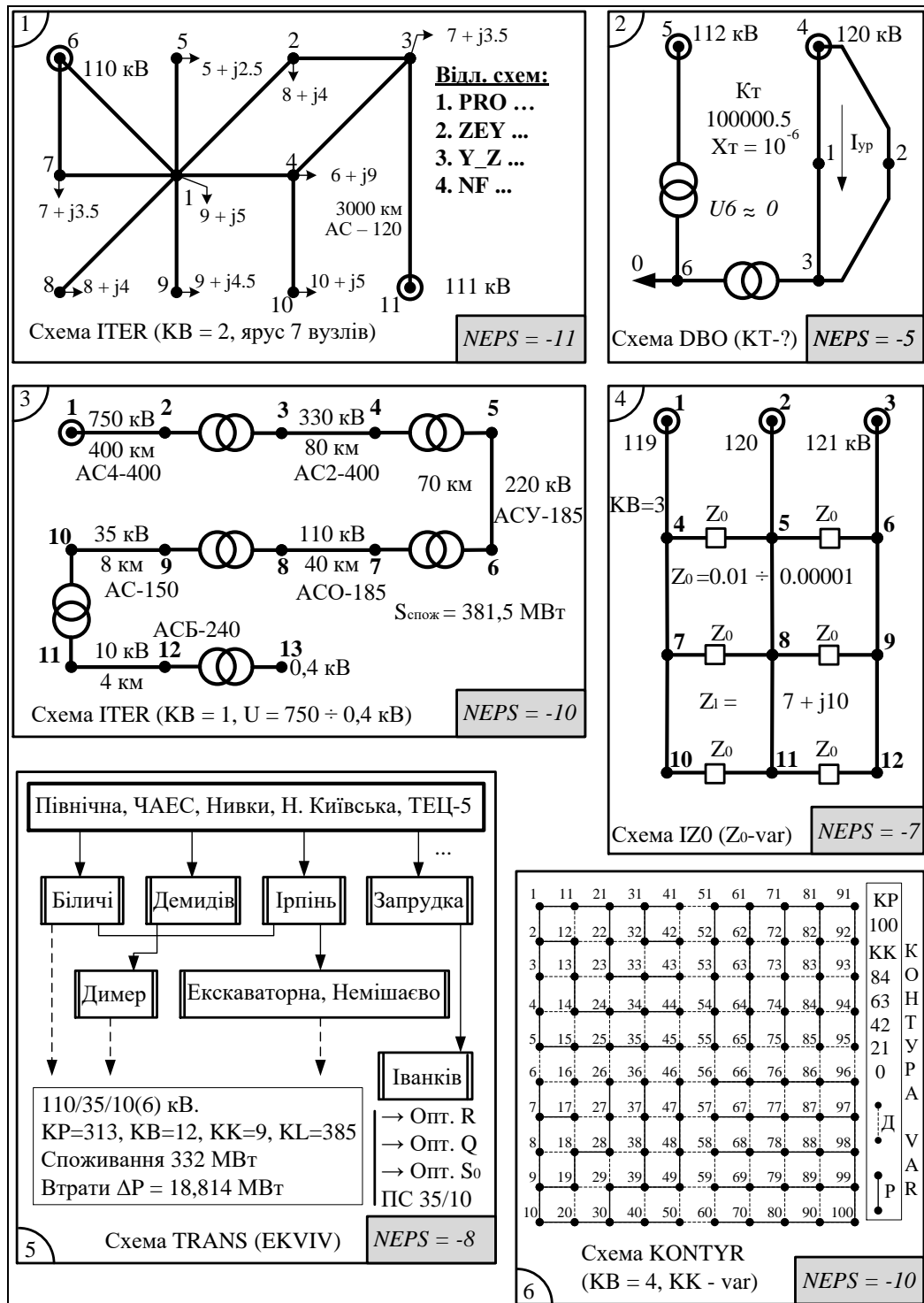


Рисунок 1 – Відлагоджувальні, експериментальні та фрагмент промислової схеми ДТЕК <Київські регіональні мережі>

На всіх схемах вказаний кінцевий результат досліджень *NEPS* – стабільна ступінь граничної схемної точності *EPSp*. Приведені схеми мають різні значення *NEPS* ( $EPS = 10^{-5} \div 10^{-12}$ ), але головне, вони однакові для всіх ітераційних процесів і для всіх програмних засобів.

Рис. 2 представляє графіки збіжності всіх ітераційних процесів для схем **ITER(g01, g20, g21, g22)** і **DBO(i01, i20, i21, i22)** із необхідними коментарями, наприклад:

**g21** – << представлений процес простої ітерації із внутрішнім ВНУП – лінійним та зовнішнім ВНЕП – нелінійним процесом, що збігається по **EPS** =  $10^{-10}$ . Час розрахунку **Time** = 0.500 сек (100 разів). Вихід по **SntB**. Гранична точність **EPSp** =  $10^{-12}$  (**NEPS** = -12) >>;

**g20** – << представлений процес із матрицею  $\dot{Y}^{-1} = \dot{Z}$ . Процес збігається по **EPS** =  $10^{-10}$ . Час розрахунку **Time** = 0.048 сек (100 разів). Вихід по **SntB**, **EPSp** =  $10^{-11}$  (**NEPS** = -11) >>;

**i22** – << представлений процес Зейделя. Процес **не** збігається по **EPS** =  $10^{-10}$ . Час розрахунку **Time** = 0.280 сек. Вихід по стабільності **NEPS** = **-5**, **EPSp** =  $10^{-5}$  >>;

**i01** – << представлений процес Ньютона. Процес **не** збігається по **EPS** =  $10^{-10}$ . Час розрахунку **Time** = 0.051 сек. Вихід по стабільності **NEPS** = **-5**, **EPSp** =  $10^{-5}$  >> і т.д..

Всі графіки представлені в **логарифмічних** координатах, в яких використовуються функції **ln(SntU)**, **ln(SntS)**, **ln(SntB)** та інші.

Ітераційні процеси для схем із нульовим опором **IZ0** ілюструються на рис. 3. Тут пропонується документація програми **Y\_Z** по чотирьом режимним варіантам, коли нульовий опір заміщається малим  $X_o = 0.01, 0.001, 0.0001, 0.00001$  Ом. Також приводяться графіки збіжності цих варіантів. Всі процеси можна характеризувати:

**e20(1, 2, 3, 4)** – << представлений процес із матрицею  $\dot{Y}^{-1} = \dot{Z}$ . Процес **не** збігається по **EPS** =  $10^{-10}$ . Вихід по **NEPS** = **-9** або **-8** або **-7** або **-6** >>.

Необхідно звернути увагу, що непрямий контроль збіжності по критерію **SntU** та **SntS** некоректно забезпечив точність  $10^{-10}$ . Реально маємо залежність **EPS<sub>p</sub> = f(X<sub>o</sub>) ≤ EPS**. Для перевірки реалізуємо еквівалентування розрахункової схеми **IZ0** із видаленням нульових опорів і паралельних гілок. Результуюча спрощена схема, графік збіжності із виходом по заданій точності **EPS** =  $10^{-10}$  і гранична схемна точність **EPSp** =  $10^{-12}$  ілюструється на рис. 4.



Схема ITER g21

Схема ITER g22



Схема DBO i21

Схема DBO i22

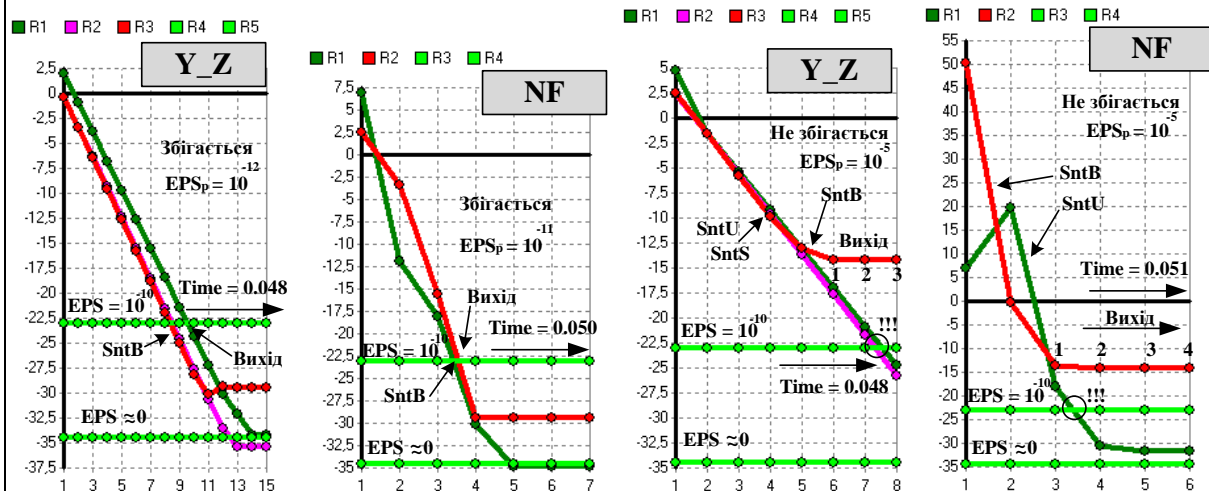


Схема ITER g20

Схема ITER g01

Схема DBO i20

Схема DBO i01

Рисунок 2 – Графіки збіжності схем ITER та DBO, фіксація граничної точності

\*\*\*\*\* (Z\_REGIM) File= C:\P\_ZALIK\MAG21and22\MAG\_REG\DAS\IZ0-20 \*\*\*\*\*

iter	Max.Nev.I	Max Pop.U	Max.Nev.S	Max.Neb.S	NEPS
Y_Ziii 1	0.0164537949	0.8899424874	0.2074061980	0.2074061980	0
Y_Ziii 2	0.0019436508	0.1040791131	0.0243837280	0.0243837280	1
Y_Ziii 11	0.0000000000	0.0000000005	0.0000000001	0.0000000002	9
Y_Ziii 12	0.0000000000	0.0000000001	0.0000000000	0.0000000002	9
Y_Ziii 13	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000001	9
Y_Ziii 14	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000001	9
CCCCCCCCCCCCCCCC Max.Neb Ss= 0.0000000001 Real EPS=1e- 9					
Y_Ziii 9	0.0000000006	0.0000000325	0.0000000076	0.0000000080	8
Y_Ziii 10	0.0000000001	0.0000000038	0.0000000009	0.0000000022	8
Y_Ziii 11	0.0000000000	0.0000000005	0.0000000001	0.0000000027	8
Y_Ziii 12	0.0000000000	0.0000000001	0.0000000000	0.0000000030	8
CCCCCCCCCCCCCCCC Max.Neb Ss= 0.0000000030 Real EPS=1e- 8					
Y_Ziii 8	0.0000000052	0.0000002763	0.0000000648	0.0000000821	7
Y_Ziii 9	0.0000000007	0.0000000325	0.0000000076	0.0000000389	7
Y_Ziii 10	0.0000000003	0.0000000038	0.0000000009	0.0000000662	7
Y_Ziii 11	0.0000000007	0.0000000005	0.0000000001	0.0000000361	7
CCCCCCCCCCCCCCCC Max.Neb Ss= 0.0000000361 Real EPS=1e- 7					
Y_Ziii 7	0.0000000433	0.0000023485	0.0000005503	0.0000005906	6
Y_Ziii 8	0.0000000057	0.0000002763	0.0000000648	0.0000005300	6
Y_Ziii 9	0.0000000030	0.0000000325	0.0000000076	0.0000002813	6
Y_Ziii 10	0.0000000024	0.0000000038	0.0000000009	0.0000003332	6
CCCCCCCCCCCCCCCC Max.Neb Ss= 0.00000003332 Real EPS=1e- 6					

**Фрагмент процесу:**  
 з  $X_0 = 0.01$   
**Вихід по NEPS = -9**  
 з  $X_0 = 0.001$   
**Вихід по NEPS = -8**  
 з  $X_0 = 0.0001$   
**Вихід по NEPS = -7**  
 з  $X_0 = 0.00001$   
**Вихід по NEPS = -6**

ПОТРЕБЛЕНИЕ	180.0000000000	83.0000000000
ГЕНЕРАЦИЯ	-192.2610000000	-100.5160000000
ПОТОК БП	-0.0004089852	-0.0004037390
ПОТЕРИ SSS	12.2614089852	17.5164037390
БАЛАНС СХМ	0.0000000000	0.0000000000

\*\*\*\*\* KP= 12 KL= 15 KK= 6 KB= 3 KF= 0  
 \*\*\*\*\* TIME=0.0550 ( 100) \*\*\*\*\*

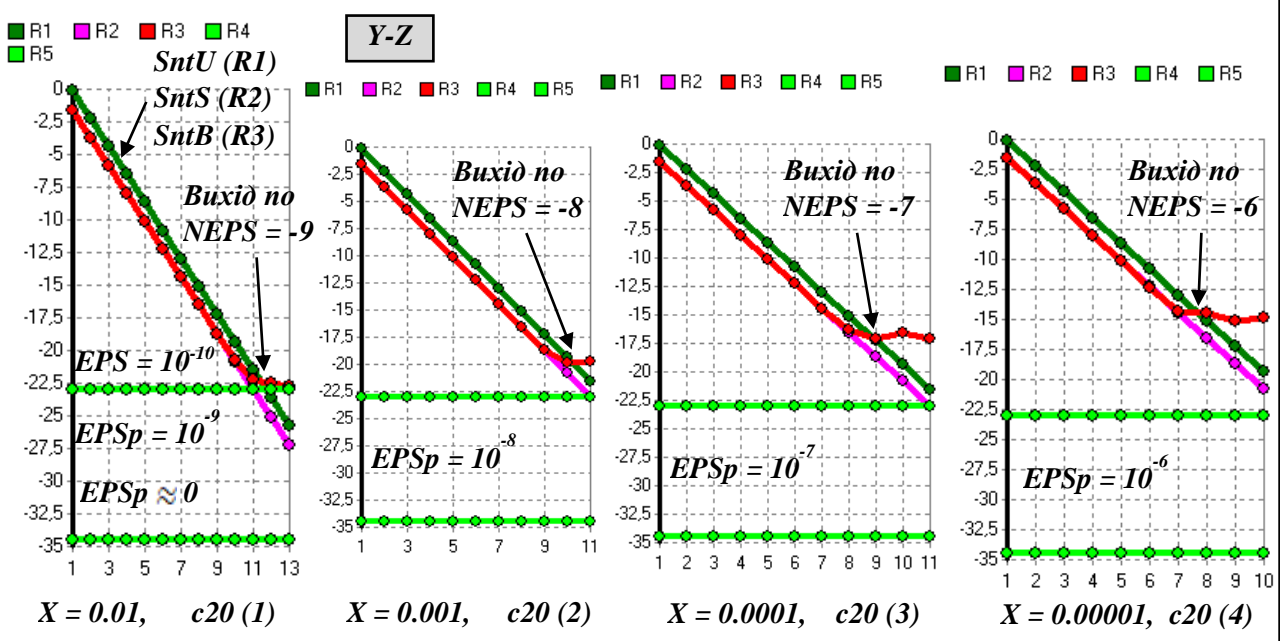


Рисунок 3 – Варіанти схем IZ0 зі значеннями  $X_0 = 0.01 \div 0.00001$ . Всі виходи по стабільності граничної точності  $EPSp = 10^{-9} \div 10^{-6}$

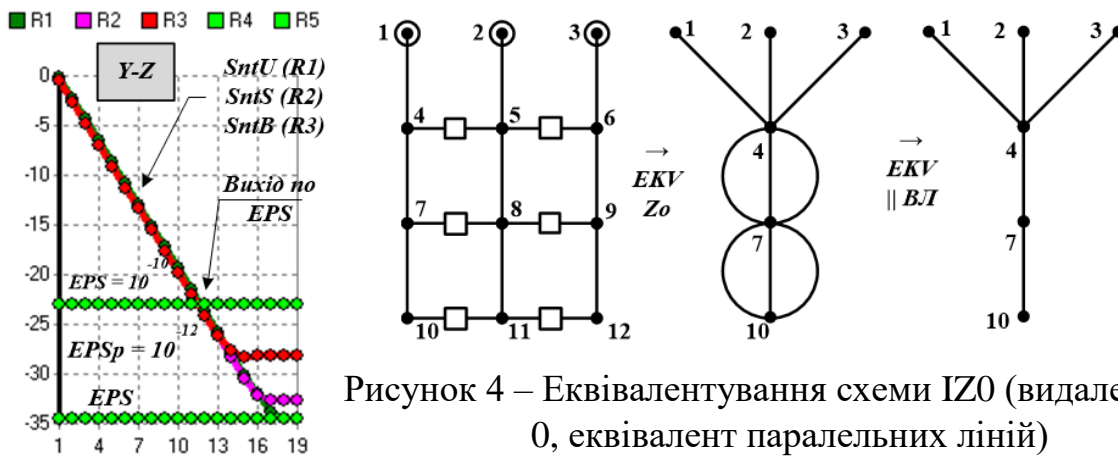


Рисунок 4 – Еквівалентування схеми IZO (видалення  $Z = 0$ , еквівалент паралельних ліній)

Результати аналогічних досліджень для промислових схем великого об'єму зведені в таблицю 1, де окрім авторської схеми **STR\_ORQ** розглянуті режими мереж операторів систем з розподілу ОСР (Харків, Одеса, Миколаїв, Чернігів). Представлені вихідні об'єми схем (**KP**), втрати активної потужності, розрахунковий час, діапазон граничних точностей згідно функції  $EPSp = f(X_o)$  і, нарешті результат еквівалентних схем.

Таблиця 1 – Граничні точності EPS великих промислових схем

№	Схема	KP	$\Delta P$ [МВт]	Time	EPSp	X=0.01	X=0.00001	немає $Z_0$ (KP)
1.	Харків	2125	35.803	0.107	→	$10^{-9}$	$\div 10^{-6}$	$10^{-9}$ (1855)
2.	Одеса	1809	35.000	0.095	→	$10^{-9}$	$\div 10^{-6}$	$10^{-9}$ (1479)
3.	Миколаїв	1488	30.768	0.071	→	$10^{-8}$	$\div 10^{-5}$	$10^{-8}$ (1237)
4.	Чернігів	902	11.678	0.040	→	$10^{-9}$	$\div 10^{-6}$	$10^{-9}$ (752)
5.	STR_ORQ	321	18.007	0.015	→	$10^{-9}$	$\div 10^{-6}$	$10^{-9}$ (279)

**Висновки.** Доведено, що кожна розрахункова схема має власну граничну точність  $EPSp$ , яку значно знижує наявність нульових опорів. Рекомендується в комп'ютерних реалізаціях розрахунку режимів передбачати три варіанти завершення процесів: по заданій точності  $EPS$ , при стабілізації процесу по  $EPSp$  і аварійне завершення по  $Kit_m$ . Відмічається можливість некоректного закінчення процесів при контролі за непрямим критерієм. Пропонується вважати головним критерієм збіжності процесу максимальний вузловий небаланс в потужностях.

#### Перелік посилань

1. Алгоритмізація та програмування електроенергетичних задач. Моделі, методи, алгоритми і програми для промислових комп'ютерних комплексів [Електронне видання]: навч. посіб. / Д. Б. Банін, М. Д. Банін, А. В. Гнатовський. – К.: НТУУ "КПІ", 2016. – 104 с
2. Банін Д.Б., Банін М.Д., Луців П.Д. Розрахунок та пофідерний аналіз складових технологічних витрат електроенергії в мережах 10(6)/0.4 кВ ВАТ "ЕК "Хмельницькобленерго" за допомогою програмного комплексу РАОТВ // Электрические сети и системы.-2010", с.46-67.
3. Дж. Ортега, В. Рейнболдт. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений с многими неизвестными. – М.: "Мир", 1975, – 558 с.