

# ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ ОДНОРІДНОЇ СИМЕТРИЧНОЇ ЛАНЦЮГОВОЇ СХЕМИ

Бурик М.П., к.т.н., Коломійчук Д.С., студент

КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра теоретичної електротехніки

**Вступ.** Система з розподіленими параметрами є лінією передачі протяжність якої уздовж провідників сумірна з довжиною хвилі коливань електромагнітної енергії. Електричне та магнітне поля та втрати енергії розподілені рівномірно або нерівномірно, тому струм  $i(t, x)$  та напруга  $u(t, x)$  для одного моменту часу у різних точках лінії буде неоднаковим, тобто будуть функціями двох змінних – часу  $t$  та координати  $x$ , що вимірюється уздовж лінії [1-5].

Методи розрахунку кіл з зосередженими параметрами виявляються неприйнятними, оскільки процеси, що виникають в колах з розподіленими параметрами, описуються рівняннями в частинних похідних. Тому коло з розподіленими параметрами представляють у вигляді двопровідної лінії (чотириполюсника). Кожен елемент лінії  $dx$  можна представити за допомогою *повздовжніх* (індуктивність  $dL$  та опір  $dR$ ) та *поперечних* (ємність  $dC$  та провідність  $dG$ ) параметрів. *Повздовжні* параметри характеризують явища, що пов'язані з магнітним полем, і втрати в опорах проводів, *поперечні* параметри враховують явища, які відбуваються в електричному полі, та втрати що обумовлені недосконалістю ізоляції між проводами. У однорідній лінії усі параметри однакові вздовж усієї довжини лінії

$$L_0 = \frac{dL}{dx} \left( \frac{\text{Гн}}{\text{км}} \right), C_0 = \frac{dC}{dx} \left( \frac{\text{Ф}}{\text{км}} \right), R_0 = \frac{dR}{dx} \left( \frac{\text{Ом}}{\text{км}} \right) \text{ та } G_0 = \frac{dG}{dx} \left( \frac{\text{См}}{\text{км}} \right).$$

Диференціальні рівняння напруг та струмів у довгій лінії виводиться з каскадного включення чотириполюсників, які називаються рівняннями довгої лінії.

В свою чергу дослідження складних об'єктів, однорідних симетричних ланцюгових схем та процесів можна дослідити за допомогою комп'ютерних технологій, які використовуються не тільки для графічної частини [6-11].

**Мета роботи.** Представити можливість вивчення, проектування та дослідження на високому технологічному рівні розподілу напруг та струмів уздовж довгої кабельної лінії з втратами під час різних режимів навантаження шляхом математичного моделювання однорідної симетричної каскадної схеми із застосуванням програмного продукту Matlab в пакеті прикладних програм Simulink за допомогою бібліотечного блоку SimPowerSystems. Визначення параметрів однієї ланки ланцюгової схеми та еквівалентних параметрів усього кола.

**Матеріали і результати досліджень.** Каскадним з'єднання (ланцюгова схема) – з'єднання, коли вхідні затискачі чотириполюсника (ланка)

підключаються до вихідних затискачів попереднього чотириполюсника. Якщо каскадне з'єднання складається з однакових симетричних чотириполюсників, то це сполучення називають однорідною симетричною ланцюговою схемою, яка представлена на рис. 1. Точність моделювання буде більшою, коли буде більша кількість ланок у схемі, достатньо обмежитися 8 - 12 ланками.

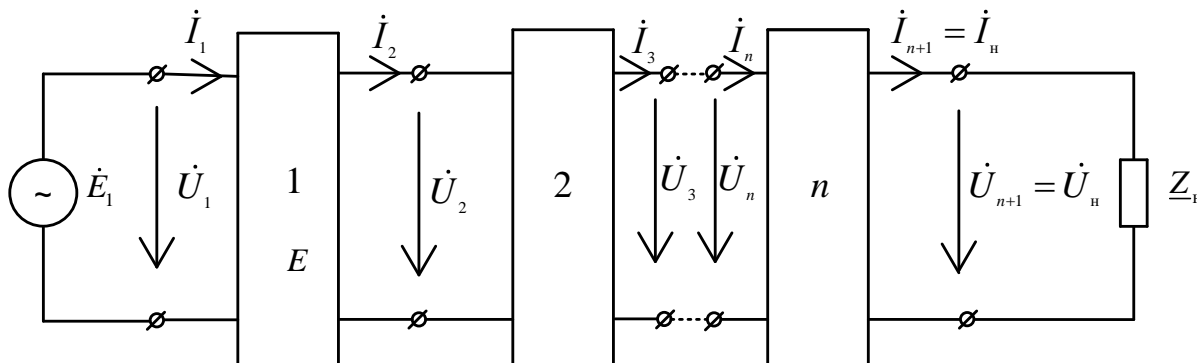


Рисунок 1 – Однорідна симетрична ланцюговою схемою

Каскадна схема, яка складається з симетричних чотириполюсників, також є симетричним чотириполюсником. Її властивості визначаються двома коефіцієнтами або параметрами (характеристичним опором  $\underline{Z}_k = \underline{Z}_c$  та сталою передачі  $\underline{G}_k = nG = nA + jnB$ , де  $n$  - кількість ланок;  $A$  - коефіцієнт згасання однієї ланки;  $B$  - коефіцієнт фази однієї ланки)

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_H \operatorname{ch}(\underline{G}_k) + \underline{I}_H \underline{Z}_k \operatorname{sh}(\underline{G}_k); \\ \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_H}{\underline{Z}_k} \operatorname{sh}(\underline{G}_k) + \underline{I}_H \operatorname{ch}(\underline{G}_k). \end{cases} \quad (1)$$

де  $\underline{U}_H$  - напругу на виході каскадної схеми;  $\underline{I}_H$  - струм навантаження.

Імітаційна модель П- подібного чотириполюсника у програмному продукті Matlab представлена на рис. 2.

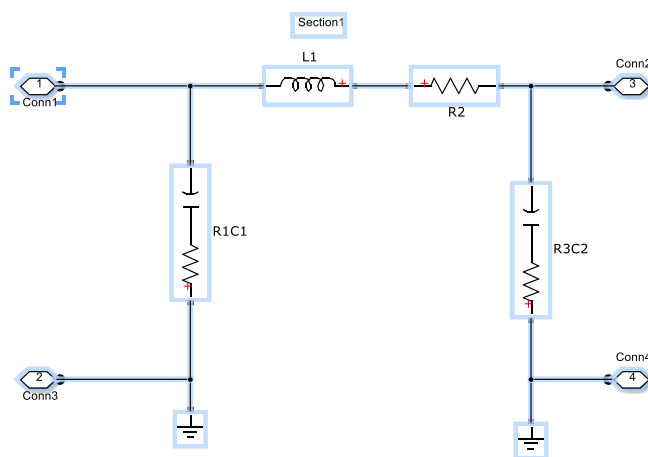


Рисунок 2 – Імітаційна модель П- подібного чотириполюсника

Параметри елементів П- подібного чотириполюсника задані таким чином, щоб швидкість хвилі в еквівалентній довгій лінії з втратами дорівнювала  $v=1.5 \cdot 10^5$  км/с, а це є фазова швидкість хвилі у кабельній лінії:  $R_1 = R_3 = 117.7$  (Ом),  $R_2 = 28$  (Ом),  $C_1 = C_2 = 5.67 \cdot 10^{-6}$  (Ф) та  $L_1 = 0.3284$  (Гн).

Характеристичний опір чотириполюсника визначають через досліди короткого замикання та неробочого ходу. На рис. 3 представлено модель П-подібного чотириполюсника в режимі неробочого ходу (друга пара затискачів першої ланки розімкнута). Напряга джерела живлення дорівнює  $u = 88\sqrt{2} \sin(314t)$ , (В). Лінійна частота сигналу джерела живлення  $f = 50$ , (Гц).

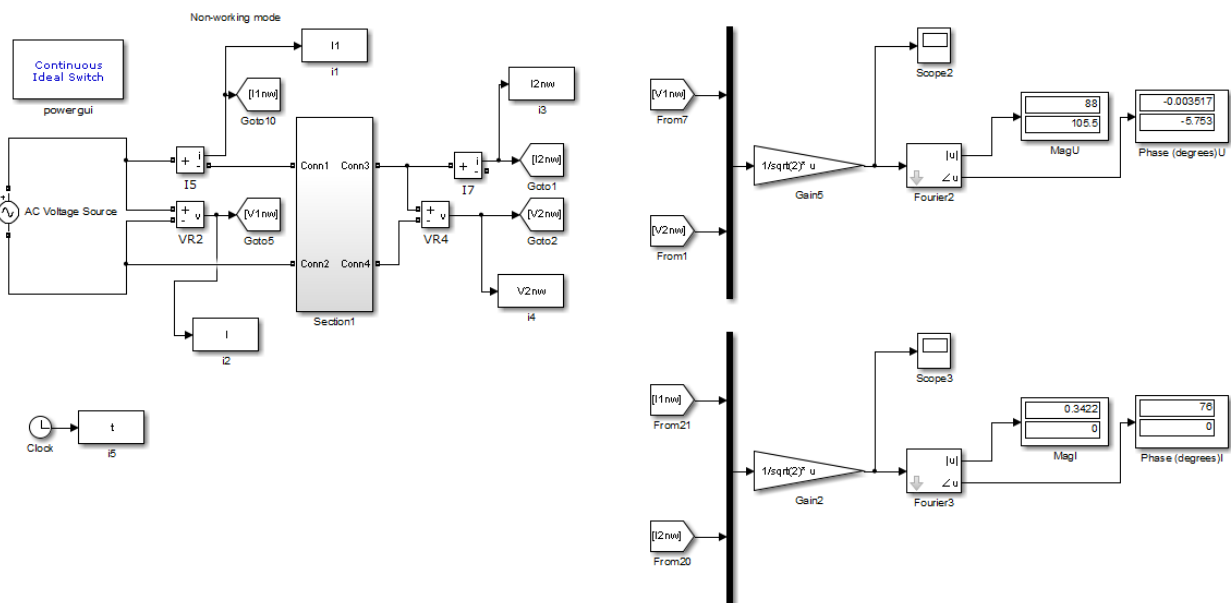


Рисунок 3 – Імітаційна модель П- подібного чотириполюсника в режимі неробочого ходу

На рис. 4 представлено модель П- подібного чотириполюсника в режимі короткого замикання (друга пара затискачів першої ланки замкнута). Результати математичного моделювання заносимо до табл. 1.

Визначаємо вторинні параметри П - подібного чотириполюсника за допомогою лістинг програми для Matlab

```

% Дослід неробочого ходу (Розімкнутий чотириполюсник)
U_nx=88; % В
phinx=75*pi/180;% градус
I_nx=0.34*exp(i*phinx) ;% А
Z_cnx=(U_nx/I_nx) ;% Ом вхідний опір ланки при розімкнутих
полюсах
Z_nx=abs(Z_cnx)% Ом
phi_nx=atan2(imag(Z_cnx),real(Z_cnx))*180/pi % градус
% Дослід короткого замикання (замкнутий чотириполюсник)
U_kz=88; % В

```

```

phikz=-69*pi/180;% градус
I_kz=0.69*exp(i*phikz) ;% A
Z_ckz=(U_kz/I_kz);% Ом вхідний опір ланки при замкнутих
ПОЛЮСАХ
Z_kz=abs(Z_ckz)% Ом
phi_kz=atan2(imag(Z_ckz),real(Z_ckz))*180/pi % градус

% Характеристичний опір симетричного чотириполюсника
Z_cc=sqrt(Z_cnx*Z_ckz);% Ом
Z_c=abs(Z_cc)% Ом
tetha_Z_c=atan2(imag(Z_cc),real(Z_cc))*180/pi % градус
% Стала передачі симетричного чотириполюсника
thG=(1+sqrt(Z_ckz/Z_cnx))/(1-sqrt(Z_ckz/Z_cnx));
G=0.5*log(abs(thG))+i*0.5*atan2(imag(thG),real(thG));
A=real(G) % коефіцієнт згасання
B=imag(G) % коефіцієнт фази
angle_G=atan2(imag(G),real(G))*180/pi % градус

```

Таблиця 1 – Результати моделювання імітаційна моделі П- подібного чотириполюсника у програмному продукті Matlab (Simulink)

Дослід	$U_1 (V)$	$I_1 (A)$
Неробочий хід	88	$0.34 \angle 75^\circ$
Коротке замикання	88	$0.69 \angle -69^\circ$

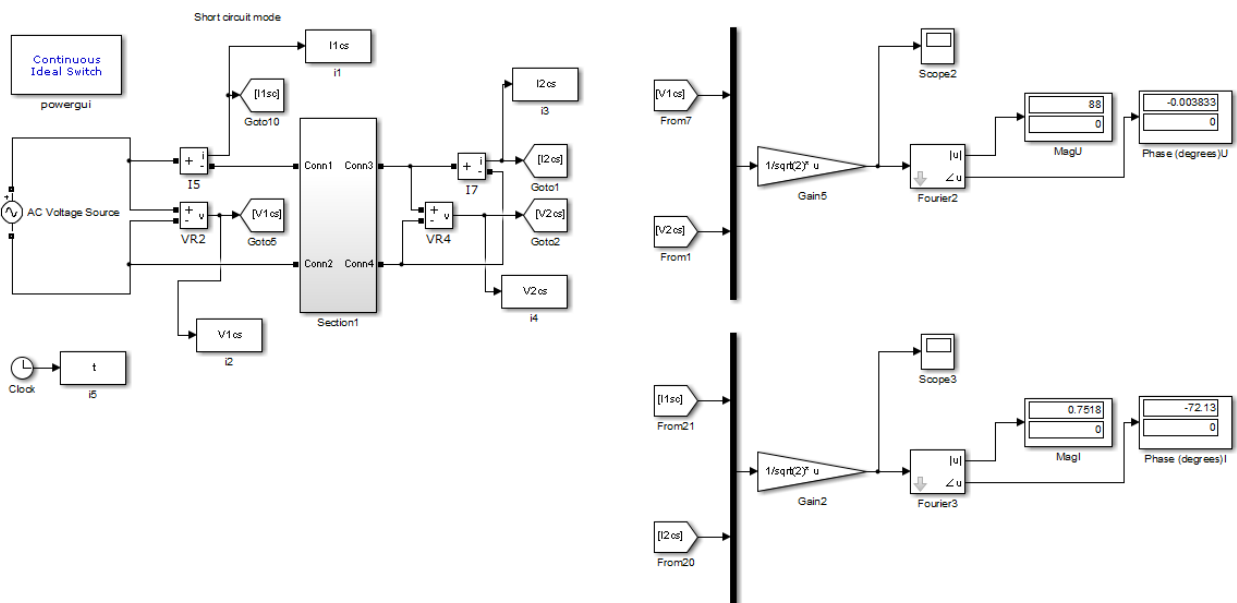


Рисунок 4 – Імітаційна модель П- подібного чотириполюсника в режимі короткого замикання

В результаті характеристичний опір  $Z_c = 181.7 \angle -3^\circ$  (Ом), а стала передачі  $G = A + jB = 0.15 + j0.6$ . Основою математичного моделювання каскадної схеми є аналогія з рівняннями довгої лінії з втратами. Довга лінія та ланцюгова схема являються еквівалентними, якщо характеристичні опори довгої

лінії та каскадної схеми рівні  $\underline{Z}_{c_k} = \underline{Z}_{c_l} = \underline{Z}_c$ , коефіцієнт поширення довгої лінії  $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$  зв'язаний з сталою передачі каскадної схеми  $\underline{G}_k = nA + jnB$  залежністю  $\underline{\gamma}l = \underline{G}_k$ , що відповідає співвідношенню  $\alpha = \frac{nA}{l}$ ,  $\beta = \frac{nB}{l}$ .

Використовуючи лістинг програми для Matlab знайдемо довжину кабельної лінії та сталу поширення

```
% Довжина лінії
l=v*B*n/(2*pi*f)% км
% Коефіцієнт згасання довгої лінії
alpha=A*n/l
% Коефіцієнт фази довгої лінії
beta=B*n/l
% Коефіцієнт поширення еквівалентної довгої лінії
gamma=alpha+i*beta
```

Геометрична довжина лінії  $l = 2306.6$  (км), а коефіцієнт поширення  $\underline{\gamma} = 0.0005 + j0.0021$ . Розподіл діючих значення напруги та струму у довгій лінії на відстані  $x' = l - x$  від кінця описуються рівняннями

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_H \operatorname{ch}(\underline{\gamma}x') + \underline{I}_H \underline{Z}_c \operatorname{sh}(\underline{\gamma}x') = \frac{(\underline{U}_H + \underline{Z}_c \underline{I}_H)}{2} e^{\underline{\gamma}x'} + \frac{(\underline{U}_H - \underline{Z}_c \underline{I}_H)}{2} e^{-\underline{\gamma}x'} = \underline{U}_\varphi + \underline{U}_\psi; \\ \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_H}{\underline{Z}_c} \operatorname{sh}(\underline{\gamma}x') + \underline{I}_H \operatorname{ch}(\underline{\gamma}x') = \frac{(\underline{U}_H + \underline{Z}_c \underline{I}_H)}{2 \underline{Z}_c} e^{\underline{\gamma}x'} - \frac{(\underline{U}_H - \underline{Z}_c \underline{I}_H)}{2 \underline{Z}_c} e^{-\underline{\gamma}x'} = \underline{I}_\varphi - \underline{I}_\psi. \end{cases} \quad (2)$$

де  $\underline{U}_\varphi, \underline{I}_\varphi$  - комплекси діючих значень напруги та струму прямої (падаючої) хвилі;  $\underline{U}_\psi, \underline{I}_\psi$  - комплекси діючих значень напруги та струму відбитої хвилі.

Аналогічні рівняння для визначення діючого значення напруги та струму на вході  $k$  - ї ланки каскадної схеми представлені системою

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_{n+1} \operatorname{ch}(n - k + 1) \underline{G} + \underline{I}_{n+1} \underline{Z}_c \operatorname{sh}(n - k + 1) \underline{G}; \\ \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{n+1}}{\underline{Z}_c} \operatorname{sh}(n - k + 1) \underline{G} + \underline{I}_{n+1} \operatorname{ch}(n - k + 1) \underline{G}. \end{cases} \quad (3)$$

Проведемо дослідження однорідної симетричної ланцюгової схеми у режимах неробочого ходу, короткого замикання та під час узгодженого навантаження шляхом математичного моделювання. Розглянемо режим неробочого ходу ( $\underline{Z}_H \rightarrow \infty, \underline{I}_H \rightarrow 0$ ), коли вхідний опір  $\underline{Z}_{\text{вх}} = \underline{Z}_c \operatorname{cth}(\underline{\gamma}x')$  змінюється хвилеподібно у залежності від довжини лінії та частоти. Імітаційна модель каскадної схеми при неробочому ході представлена на рис. 5. Напруга джерела живлення дорівнює  $\underline{U} = 88$  (В).

Вихідні затискачі останньої ланки каскадної схеми повинні бути розімкнутими. Підключаємо джерело синусоїдної напруги до ланцюгової схеми та вимірюємо комплекси напруг та струмів для кожної ланки, які заносимо до таблиці 2.

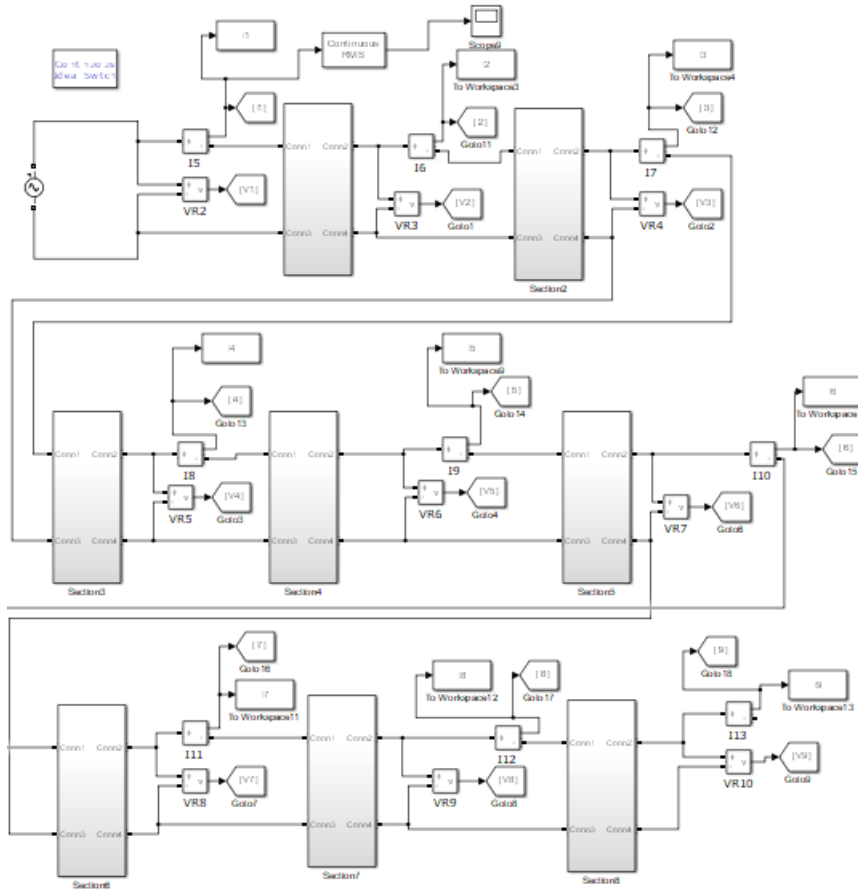


Рисунок 5 – Імітаційна модель однорідної ланцюгової схеми у режимі неробочого ходу

Рівняння, що описують розподіл напруги та струму вздовж довгої лінії, записуються наступним чином

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_H ch(\underline{\gamma}x'); \\ \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_H}{\underline{Z}_C} sh(\underline{\gamma}x'), \end{cases} \quad (4)$$

а для ланцюгової схеми

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_{n+1} ch(n-k+1)\underline{G}; \\ \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{n+1}}{\underline{Z}_C} sh(n-k+1)\underline{G}. \end{cases} \quad (5)$$

Застосуємо лістинг програми Matlab для розрахунку розподілу діючих значень напруги  $U(x)$ , струму  $I(x)$  модуля вхідного опору  $Z_{\text{вх}}(x)$  та аргументу вхідного опору  $\varphi(x)$  уздовж лінії з втратами у режимі неробочого ходу, що представлені на рис. 6. Де пунктирна крива, яка зображена червоним кольором, показує розподіл діючого значення струму  $I(x)$ , а суцільна крива, що представлена синім кольором, зображує розподіл діючого значення напруги  $U(x)$  вдовж лінії.

Таблиця 2 – Результати моделювання

	Неробочій хід		Коротке замикання		Узгоджений режим	
	$U_{\&}(B)$	$I_{\&}(A)$	$U_{\&}(B)$	$I_{\&}(A)$	$U_{\&}(B)$	$I_{\&}(A)$
1	$88\angle 0$	$0.58\angle 0.96^\circ$	$88\angle 0$	$0.4\angle 5^\circ$	$88\angle 0$	$0.48\angle 3^\circ$
2	$78\angle -42^\circ$	$0.5\angle -27^\circ$	$74\angle -28^\circ$	$0.35\angle -37^\circ$	$76\angle -34^\circ$	$0.41\angle -31^\circ$
3	$79\angle -78^\circ$	$0.36\angle -59^\circ$	$55\angle -60^\circ$	$0.36\angle -72^\circ$	$66\angle -69^\circ$	$0.36\angle -66^\circ$
4	$75\angle -102^\circ$	$0.27\angle -106^\circ$	$41\angle -107^\circ$	$0.34\angle -97^\circ$	$56\angle -103^\circ$	$0.31\angle -101^\circ$
5	$57\angle -123^\circ$	$0.3\angle -153^\circ$	$45\angle -154^\circ$	$0.26\angle -118^\circ$	$48\angle -138^\circ$	$0.27\angle -135^\circ$
6	$30\angle -157^\circ$	$0.35\angle -178^\circ$	$53\angle -179^\circ$	$0.14\angle -152^\circ$	$42\angle -173^\circ$	$0.23\angle -169^\circ$
7	$28\angle 120^\circ$	$0.31\angle 170^\circ$	$48\angle 169^\circ$	$0.13\angle 125^\circ$	$36\angle 153^\circ$	$0.2\angle 122^\circ$
8	$49\angle 89^\circ$	$0.19\angle 164^\circ$	$29\angle 163^\circ$	$0.22\angle 94^\circ$	$31\angle 120^\circ$	$0.17\angle 120^\circ$
9	$59\angle 83^\circ$	0	0	$0.27\angle 88^\circ$	$27\angle 86^\circ$	$0.15\angle 86^\circ$

```

% Неробочий хід (розімкнуте коло)
j=sqrt(-1);
% Напруги на затискачах чотиріполюсників
U=0;
V=[88 78 79 75 57 30 28 49 59];
angleV=[0 -42 -78 -102 -123 -157 120 89 83]*pi/180;
for k=1:length(V)
    U(k)=V(k)*exp(j*angleV(k))
end; %кінець циклу
I=0;
c=[0.58 0.5 0.36 0.27 0.3 0.35 0.31 0.19 0];
anglec=[0.96 -27 -59 -106 -153 -178 170 164 0]*pi/180;
for k=1:length(c)

```

```

    I(k)=c(k)*exp(j*anglec(k))
end;      %кінець циклу
k=1:9;
x=0:(1/100):1;
Unw=U(9)*cosh(x*gamma);
Inw=(U(9)*sinh(x*gamma))/Z_cc;
Znw=Z_cc*(cosh(x*gamma)./sinh(x*gamma));
Ud=( (U(9)+Z_cc*I(9))/2)*exp(x*gamma);
Ur=( (U(9)-Z_cc*I(9))/2)*exp(-x*gamma);
Ug=Ud+Ur;
n=8;
Hnw=U(9)*cosh((n-k+1)*G);
Cnw=U(9)*sinh((n-k+1)*G)/Z_cc;
figure('Color',[1 1 1])
subplot(3,2,1)
plot(1-x,abs(Unw),1-x,abs(Z_cc)*abs(Inw),'LineWidth',2,'Color',[0
0 0]);grid
axis([0 1 0 120])
title('Напруга U(x), В та струм I(x),
A','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,2)
plot(k,abs(U),k,abs(Z_cc)*abs(I),'LineWidth',2,'LineStyle','-
','Color',[0 0 0]);grid
axis([1 9 0 120])
title('Напруга U(k), В та струм I(k),
A','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,3)
plot(1-x,abs(Znw),'LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);grid
axis([0 1 0 1000])
title('Вхідний опір Z_в_x(x), Ом','FontSize',11,'FontName','Times
New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,4)
plot(1-x,atan2(imag(Znw),real(Znw))*180/pi
,'LineWidth',2,'LineStyle','-','Color',[0 0 0]);grid
axis([0 1 -120 120])
title('Аргумент вхідного опору \phi(x),
град','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1
1])
subplot(3,2,5)
plot(1-x,abs(Ud),1-x,abs(Ur),1-x,abs(Ug),'LineWidth',2,'Color',[0
0 0]);grid
axis([0 1 0 120])
title('Напруги Uпр(x), В та Узв(x),
B','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,6)
polar(angle(Hnw),abs(Hnw))
hold
polar(angle(Cnw),abs(Z_cc)*abs(Cnw))
polar(angle(Unw),abs(Unw))
polar(angle(Inw),abs(Z_cc)*abs(Inw))
title('Годографи напруги U, В та струму I,
A','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])

```



Напруга при віддаленні від кінця спочатку зменшується, а потім збільшується поки не досягне мінімуму, а струм – максимуму. Потім напруга зростає, а струм спадає, поки напруга не досягне максимуму, а струм мінімуму. Максимуми та мінімуми напруги й струму чергуються через інтервали, що дорівнюють чверті довжини хвилі. Між максимумами (мінімумами) напруги та струму теж відстань дорівнює чверті довжини хвилі.

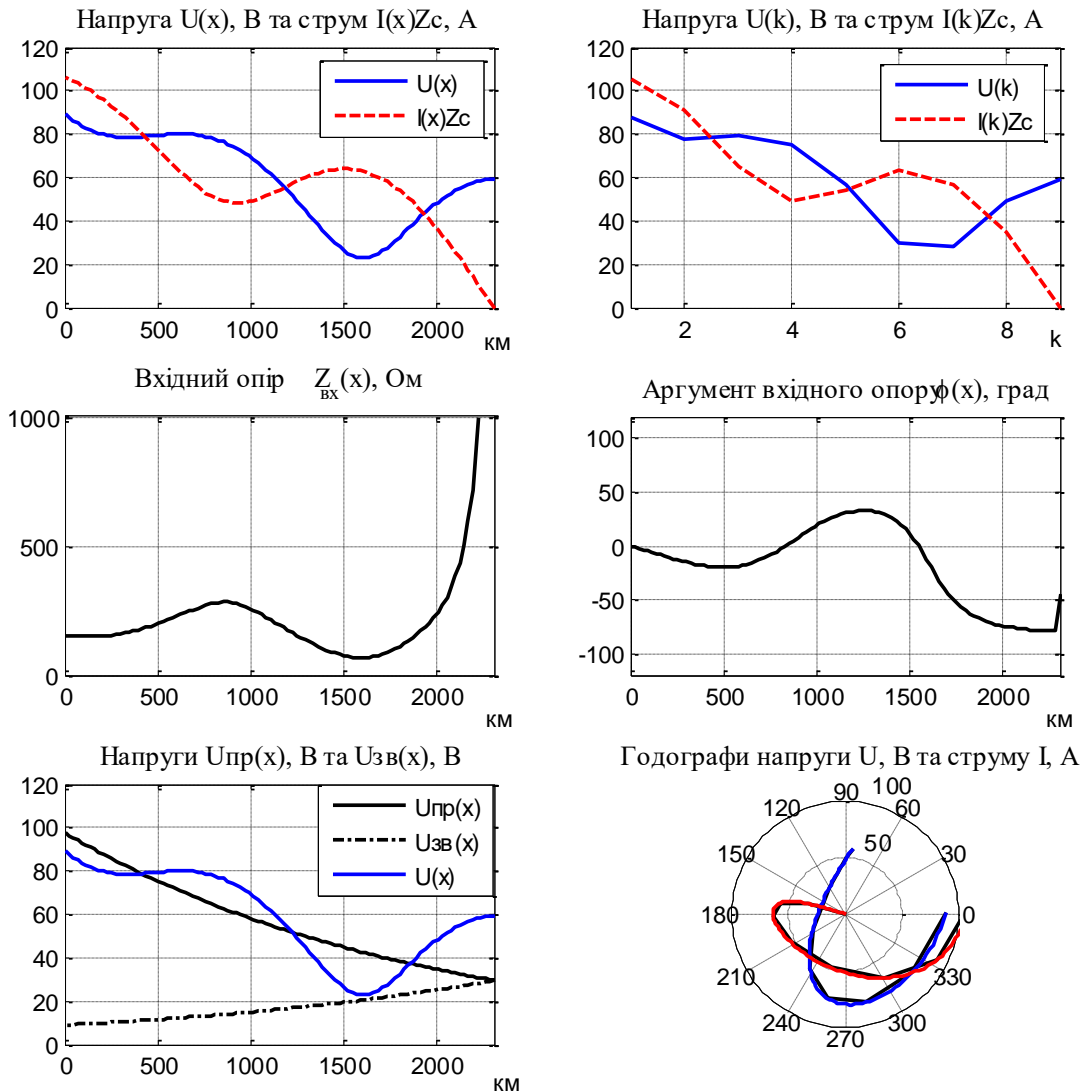


Рисунок 6 – Графіки розподілу діючих значень напруги  $U(x)$ , струму  $I(x)$  модуля вхідного опору  $Z_{BX}(x)$  та аргументу вхідного опору  $\varphi(x)$  уздовж лінії з втратами (ланцюгова схема) у режимі неробочого ходу

З годографів струму і напруги, залежності вхідного опору  $Z_{BX}(x)$  та його аргументу  $\varphi(x)$  від довжини  $x$ , які представлені на рис. 6 видно, що на відстані від кінця лінії в межах першої чверті довжини хвилі струм у режимі неробочого ходу випереджує за фазою напругу, тобто вхідний опір має ємнісний характер. Потім струм відстає за фазою від напруги, тобто характер вхідного

опору змінюється на індуктивний. Ці інтервали зміни характеру вхідного опору з наближенням до початку лінії періодично чергуються. Наявність зворотною (відбитою) хвилі напруги  $U_\psi$  (штрих-пунктирна лінія чорного кольору), говорить про те що навантаження споживає не всю електромагнітну енергію, яку приносить пряма хвиля. Діючі значення напруги та струму розподіляються уздовж лінії хвилеподібно, зменшуючись за законами гіперболічного косинуса та синуса у напрямку від початку до кінця лінії. Зменшення напруги та струму виникає за рахунок втрат у дротах та в ізоляції лінії.

Розглянемо режим короткого замикання ( $Z_n \rightarrow 0, U_n \rightarrow 0$ ), коли вхідний опір  $Z_{\text{вх}} = Z_C \text{th}(\gamma x')$ , що теж змінюється хвилеподібно у залежності від довжини лінії та частоти. Вихідні затискачі останньої ланки каскадної схеми повинні бути замкнуті самі на себе. Підключаємо джерело синусоїдної напруги до ланцюгової схеми та вимірюємо комплекси напруг та струмів для кожної ланки, які заносимо до таблиці 2.

Рівняння, що описують розподіл напруги та струму вздовж довгої лінії, записуються

$$\begin{cases} U_1 = I_n Z_C \text{sh}(\gamma x') = U_\varphi + U_\psi; \\ I_1 = I_n \text{ch}(\gamma x') = I_\varphi - I_\psi. \end{cases} \quad (6)$$

а для ланцюгової схеми

$$\begin{cases} U_1 = I_n Z_C \text{sh}(n - k + 1)G; \\ I_1 = I_n \text{ch}(n - k + 1)G. \end{cases} \quad (7)$$

Запишемо листинг програми Matlab для розрахунку розподілу діючих значень напруги  $U(x)$ , струму  $I(x)$  модуля вхідного опору  $Z_{\text{вх}}(x)$  та аргументу вхідного опору  $\varphi(x)$  уздовж лінії з втратами у режимі короткого замикання, що зображені на рис. 7.

```
% Коротке замикання
j=sqrt(-1);
% Напруги на затискачах чотиріполюсників
Uz=0;
V kz=[88 74 55 41 45 53 48 29 0];
angleV kz=[0 -28 -60 -107 -154 -179 169 163 0]*pi/180;
for k=1:length(V kz)
    Uz(k)=V kz(k)*exp(j*angleV kz(k))
end; %кінець циклу
Iz=0;
ckz=[0.4 0.35 0.36 0.34 0.26 0.14 0.13 0.22 0.27];
angleckz=[5 -37 -69 -104 -139 -175 151 117 83]*pi/180;
for k=1:length(ckz)
    Iz(k)=ckz(k)*exp(j*angleckz(k))
```

```

end;      %кінець циклу
k=1:9;
x=0:(1/100):1;
Ukz=Iz(9)*Z_cc*sinh(x*gamma);
Ikz=Iz(9)*cosh(x*gamma);
Zkz=Z_cc*(sinh(x*gamma)./cosh(x*gamma));
Udz=((0+Z_cc*Iz(9))/2)*exp(x*gamma);
Urz=((0-Z_cc*Iz(9))/2)*exp(-x*gamma);
Ugz=Udz+Urz;
n=8;
Hkz=Iz(9)*Z_cc*sinh((n-k+1)*G);
Ckz=Iz(9)*cosh((n-k+1)*G);
figure('Color',[1 1 1])
subplot(3,2,1)
plot(1-x,abs(Ukz),1-x,abs(Z_cc)*abs(Ikz),'LineWidth',2,'Color',[0
0 0]);grid
axis([0 1 0 120])
title('Напруга U(x), В та струм I(x)Z_c,
A','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,2)
plot(k,abs(Uz),k,abs(Z_cc)*abs(Iz),'LineWidth',2,'LineStyle','-
','Color',[0 0 0]);grid
axis([1 9 0 120])
title('Напруга U(k), В та струм I(k)Z_c,
A','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,3)
plot(1-x,abs(Zkz),'LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);grid
axis([0 1 0 1000])
title('Вхідний опір Z_в_x(x), Ом','FontSize',11,'FontName','Times
New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,4)
plot(1-x,atan2(imag(Zkz),real(Zkz))*180/pi
,'LineWidth',2,'LineStyle','-','Color',[0 0 0]);grid
axis([0 1 -120 120])
title('Аргумент вхідного опору \phi(x),
град','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1
1])
subplot(3,2,5)
plot(1-x,abs(Udz),1-x,abs(Urz),1-
x,abs(Ugz),'LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);grid
axis([0 1 0 120])
title('Напруги Uпр(x), В та Узв(x),
B','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,6)
polar(angle(Hkz),abs(Hkz))
hold
polar(angle(Ckz),abs(Z_cc)*abs(Ckz))
polar(angle(Ukz),abs(Ukz))
polar(angle(Ikz),abs(Z_cc)*abs(Ikz))
title('Годографи напруги U, В та струму I,
A','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])

```

Діючі значення напруги та струму розподіляються уздовж лінії хвилеподібно, зменшуючись за законами гіперболічного синуса й косинуса у напрямку від початку до кінця лінії. Причини зменшення величини напруги та струму є однаковими, що і у режимі неробочого ходу. У режимі короткого замикання також присутні відбиті хвилі напруги та струму.

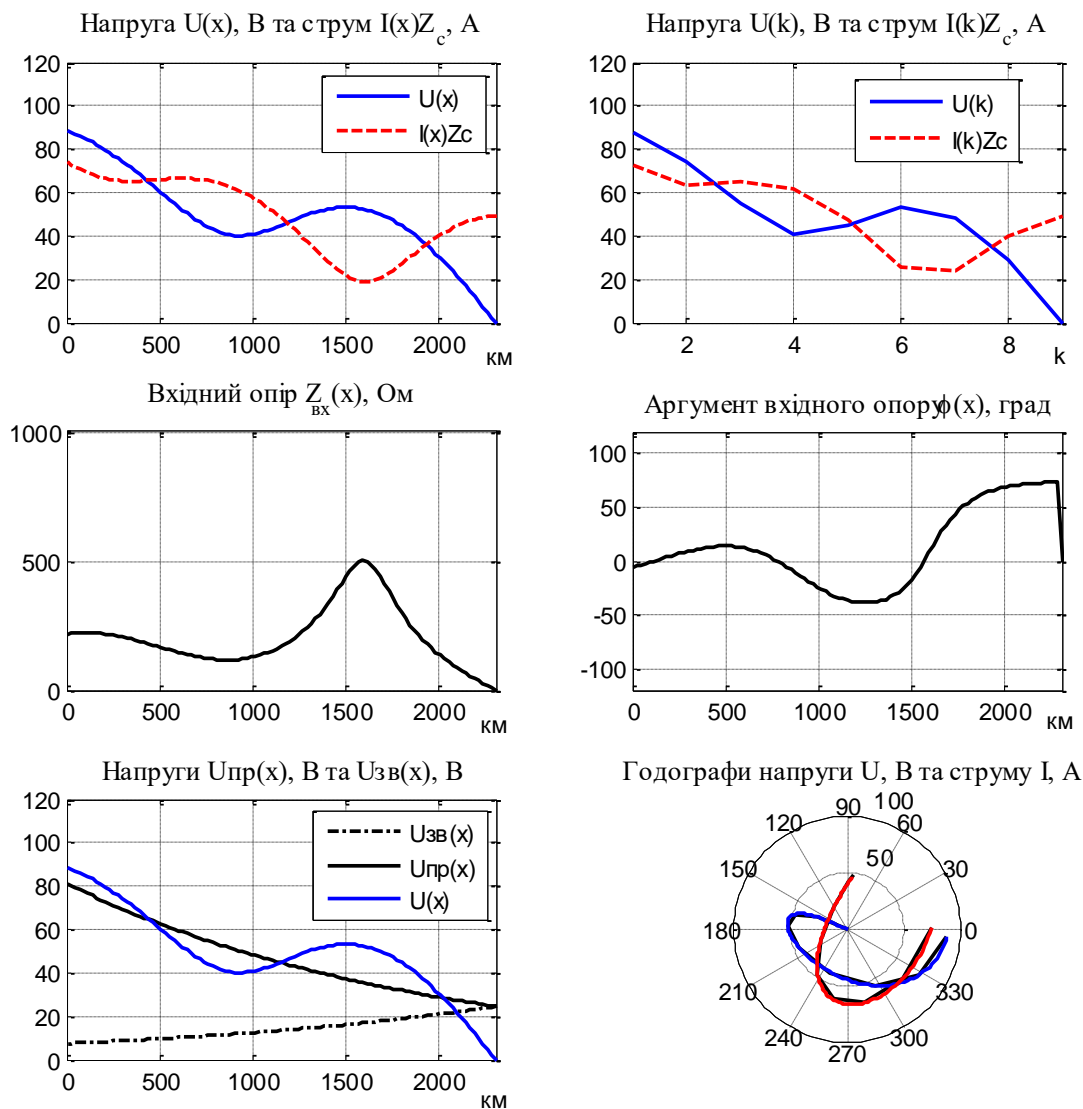


Рисунок 7 – Графіки розподілу діючих значень напруги  $U(x)$ , струму  $I(x)$  модуля вхідного опору  $Z_{вх}(x)$  та аргументу вхідного опору  $\varphi(x)$  уздовж лінії з втратами (ланцюгова схема) у режимі короткого замикання

На відстані від кінця лінії у межах першої чверті довжини хвилі у режимі короткого замикання напруга випереджує за фазою струм, тобто вхідний опір має індуктивний характер. Графіки діючих значень напруги  $U(x)$ , струму  $I(x)$  та годографи еквівалентної довгої лінії та однорідної симетричної ланцюгової співпадають, тому можна запропоновану імітаційну модель використовувати для дослідження усталених процесів у довгих лініях.

Розглянемо режим узгодженого навантаження ( $\underline{Z}_H = \underline{Z}_C$ ), коли вхідний опір  $\underline{Z}_{\text{вх}} = \underline{Z}_C$  не залежить від довжини лінії та частоти. Вихідні затискачі останньої ланки каскадної схеми повинні бути приєднані до активно-реактивного опору, який дорівнює характеристичному опору. Підключаємо джерело синусоїдної напруги до ланцюгової схеми та вимірюємо комплекси напруг та струмів для кожної ланки, які заносимо до таблиці 2.

В узгодженому режимі відбитих хвиль немає, у лінії існують лише падаючі хвилі, тому вся енергія, що передається від джерела до споживача, повністю споживається на навантаженні.

Враховуючи, що  $\underline{Z}_C = Z_C e^{j\theta} = Z_H e^{j\varphi_H}$  отримаємо

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_H e^{\gamma x'} = \underline{U}_\varphi; \\ \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_H}{\underline{Z}_C} e^{\gamma x'} = \underline{I}_\varphi, \end{cases} \quad (8)$$

а для ланцюгової схеми

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_H e^{(n-k+1)G}; \\ \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_H}{\underline{Z}_C} e^{(n-k+1)G}. \end{cases} \quad (9)$$

Запишемо лістинг програми Matlab для розрахунку розподілу діючих значень напруги  $U(x)$ , струму  $I(x)$  модуля вхідного опору  $Z_{\text{вх}}(x)$  та аргументу вхідного опору  $\varphi(x)$  уздовж лінії з втратами в узгодженому режимі, що представлені на рис. 8.

```
% Узгоджений режим
j=sqrt(-1);
% Напруги на затискачах чотирьохполюсників
Vy=0;
Vy=[88 76 66 56 48 42 36 31 27];
angleVy=[0 -34 -69 -103 -138 -173 153 120 86]*pi/180;
for k=1:length(Vy)
    Uy(k)=Vy(k)*exp(j*angleVy(k))
end; %кінець циклу
Iy=0;
cy=[0.48 0.41 0.36 0.31 0.27 0.23 0.2 0.17 0.15];
anglecy=[3 -31 -66 -101 -135 -169 122 120 86]*pi/180;
for k=1:length(cy)
    Iy(k)=cy(k)*exp(j*anglecy(k))
end; %кінець циклу
k=1:9;
x=0:(1/100):1;
```

```

Uyz=Uy(9)*exp(gamma*x);
Iyz=Uyz/Z_cc;
Zyz=Z_cc+0*x;
Udy=((Uy(9)+Z_cc*Iy(9))/2)*exp(x*gamma);
Ury=((Uy(9)-Z_cc*Iy(9))/2)*exp(-x*gamma);
Ugy=Udy+Ury;
n=8;
Hyz=Uy(9)*exp((n-k+1)*G);
Cyz=Hyz/Z_cc;
figure('Color',[1 1 1])
subplot(3,2,1)
plot(1-x,abs(Uyz),1-x,100*abs(Iyz),'LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);grid
axis([0 1 0 120])
title('Напруга U(x), В та струм I(x)100,
A','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,2)
plot(k,abs(Uy),k,100*abs(Iy),'LineWidth',2,'LineStyle','-','Color',[0 0 0]);grid
axis([1 9 0 120])
title('Напруга U(k), В та струм I(k)100,
A','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,3)
plot(1-x,abs(Zyz),'LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);grid
axis([0 1 0 1000])
title('Вхідний опір Z_в_x(x), Ом','FontSize',11,'FontName','Times
New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,4)
plot(1-x,atan2(imag(Zyz),real(Zyz))*180/pi,'LineWidth',2,'LineStyle','-','Color',[0 0 0]);grid
axis([0 1 -120 120])
title('Аргумент вхідного опору \phi(x),
град','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,5)
plot(1-x,abs(Udy),1-x,abs(Ury),1-x,abs(Ugy),'LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);grid
axis([0 1 0 120])
title('Напруги Uпр(x), В та Узв(x),
B','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])
subplot(3,2,6)
polar(angle(Hyz),abs(Hyz))
hold
polar(angle(Cyz),100*abs(Cyz))
polar(angle(Uyz),abs(Uyz))
polar(angle(Iyz),100*abs(Iyz))
title('Годографи напруги U, В та струму I,
A','FontSize',11,'FontName','Times New Roman','EdgeColor',[1 1 1])

```

Графіки діючих значень напруг та струмів уздовж лінії представляють експоненціальні функції, що зменшуються від початку до кінця до монотонно

(рис. 7). Так само плавно зменшується за рахунок втрат у проводах та ізоляції й потужність, яка передається від джерела до навантаження

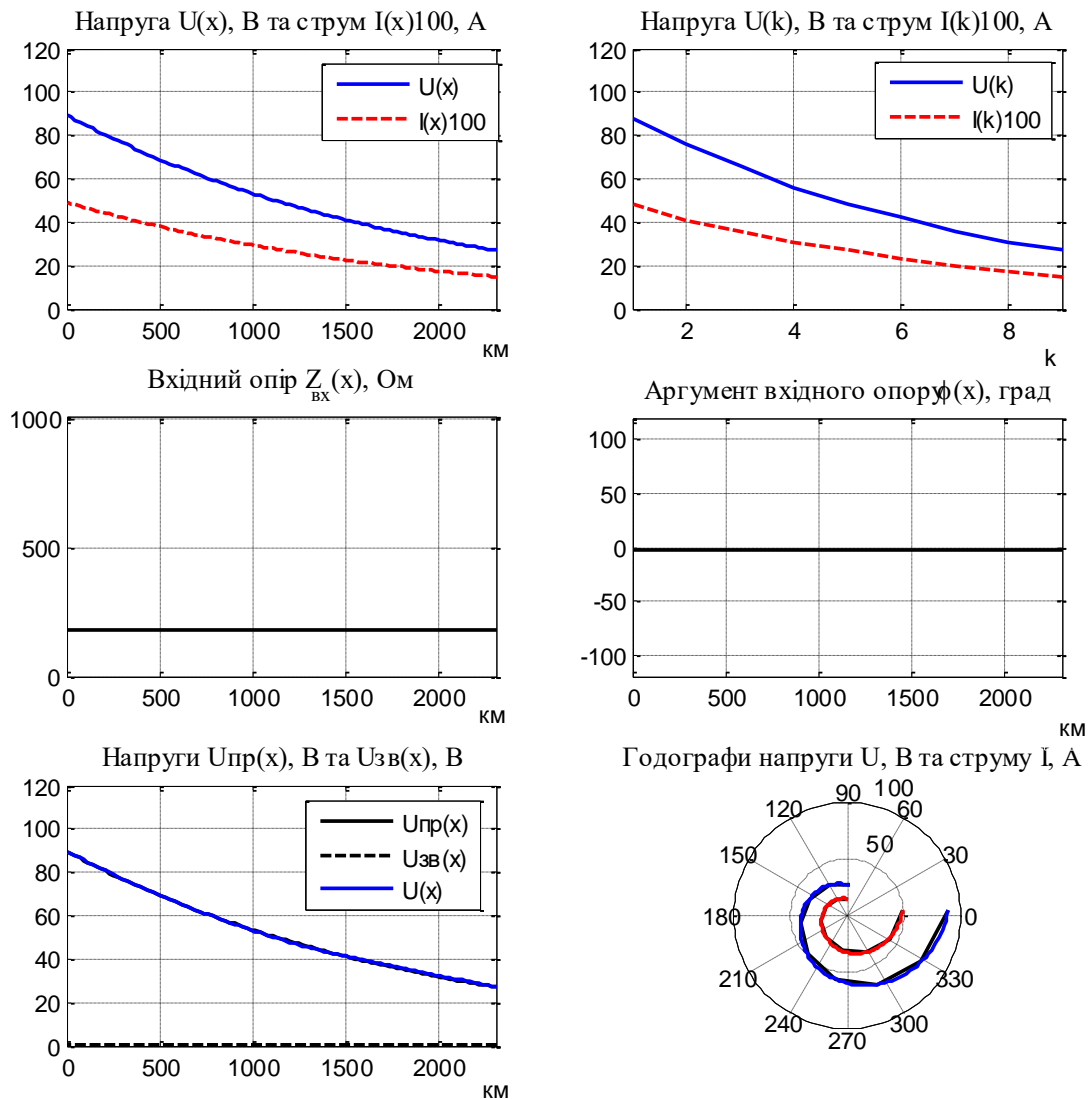


Рисунок 7 – Графіки розподілу діючих значень напруги  $U(x)$ , струму  $I(x)$  модуля вхідного опору  $Z_{вх}(x)$  та аргументу вхідного опору  $\varphi(x)$  уздовж лінії з втратами (ланцюгова схема) у режимі короткого замикання

**Висновок.** Запропонований програмний продукт Matlab з пакетом прикладних програм Simulink дозволяє дослідити усталені режими роботи (неробочий хід, коротке замикання та узгоджений режим) довгої лінії з втратами на основі однорідної симетричної ланцюгової схеми під час використання синусоїдних сигналів: розрахувати параметри однієї ланки ланцюгової схеми та еквівалентні параметри усього кола, за рахунок проведення дослідження короткого замикання та неробочого ходу за допомогою імітаційної моделі симетричного чотириполісника; визначити розподіл напруг та струмів уздовж довгої кабельної лінії з втратами під час різних режимів навантаження за допомогою

використання імітаційної моделі однорідної симетричної ланцюгової схеми та М-файлу; вивести пряму та зворотну хвилі при різних режимах роботи для спостереження споживання енергії на навантаженні за допомогою використання М-файлу; представити годографи струмів та напруг в полярній системі координат для ланцюгової схеми та еквівалентної довгої лінії з втратами для всіх режимів навантаження.

Використання програмного продукту Matlab максимально спрощує розв'язання навчальних та інженерних задач. Пакет прикладних програм Simulink дозволяє у режимі реального часу виконувати дослідження процесів у складних системах. Робота з М-файлами дозволяє отримати необхідні навички програмування.

Експериментальні дані показують, що вхідний опір лінії залежить від параметрів лінії та її довжини, так і від пору навантаження у кінці лінії. Зі збільшенням довжини лінії змінюється як модуль так і аргумент вхідного опору лінії. Вхідний опір у режимах неробочого ходу та короткого замикання змінюється не монотонно, а з коливаннями. Зі збільшенням довжини амплітуда коливань стає меншою від кінця лінії. Коливальний характер зміни вхідного опору лінії обумовлений зміною зсуву за фазою між напругами та між струмами прямої та зворотної хвиль на вхідних затискачах. Якщо опір навантаження дорівнює хвильовому опору лінії, то відбитої хвилі немає, та при будь-якій довжині лінії вхідний опір не змінюється.

Графіки діючих значень напруги  $U(x)$ , струму  $I(x)$  та годографи еквівалентної довгої лінії та однорідної симетричної ланцюгової співпадають, тому запропоновану імітаційну модель можна використовувати для дослідження довгих ліній.

#### Перелік посилань

1. Бойко В.С., Бойко В.В., Видолоб Ю.Ф., Курило І.А., Шеховцов В.І. та Шидловська Н.А. Теоретичні основи електротехніки: підручник: У 3 т. / За заг. ред. І.М. Чиженка, В.С. Бойка. – К : НТУУ “КПР”, 2013. – 244 с.
2. Курило І.А. Електричні кола з розподіленими параметрами. Усталені режими: навч. посіб./ І.А. Курило, І.Н. Намацалюк, В.І. Шеховцов. – К.: НМК ВО, 1993. – 96 с.
3. Торбенков Г.М. Установившиеся процессы в цепях с распределенными параметрами: учебное пособие / Г.М. Торбенков, Л.И. Степанова. – Ч.: Челябинский политехнический институт, 1976. – 32 с.
4. Бойко В.С. Методи електродинаміки в електротехніці: [Лабораторний практикум]: навч. посіб. для здобувачів ступеня магістра за освітньою програмою «*Електромеханічні системи автоматизації, електропривод та електромобільність*» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / В. С. Бойко, М. П. Бурик, А. А. Шуляк; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 145 с.
5. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Учебник для вузов. В. 3 т. / Под общ. Ред. К.М. Поливанов, Т. 2. Б.Я.Жуховицкий и И.Б. Негневский. Линейные электрические цепи (продолжение). Нелинейные цепи. М., «Энергия», 1972. - 200 с.
6. Терехин В.Б. Моделирование систем электропривода в Simulink (Matlab 7.0.1) // учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 320 с.
7. M. Ostroverkhov and M. Buryk, "Control of Permanent Magnet Synchronous Motor under Conditions of Parametric Uncertainty," 2019 IEEE International Conference on *Modern Electrical*



and *Energy Systems (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 2019, pp. 98-101. doi: 10.1109/MEES.2019.8896635.

8. M. Ostroverkhov and M. Buryk, " Speed Control System of Synchronous Motor Drives with Field Weakening using the Concept of Inverse Problems of Dynamics" 2020 IEEE 7<sup>th</sup> International Conference on *Energy Smart Systems (ESS)*, Kyiv, Ukraine, 2020, pp. 310-314. doi: 10.1109/ESS50319.2020.9160008.

9. Лободзинський В.Ю., Довгаль, М.О., Мудрик, В.І. Комп'ютерне моделювання перехідних процесів при пошкодженні кабельної лінії електропередачі. *Вчені записки Таврійського національного університету імені ВІ Вернадського. Серія: Технічні науки*, 2018, 29 (68), № 2. С. 46-51.

10. Лободзинський В.Ю. Аналіз перенапруг та струмів однорідної довгої лінії при несиметричних коротких замиканнях. *Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Серія Технічні науки*, 2017, №2. С. 38–44.

11. Лободзинський В.Ю., Чибеліс В.І. Математична модель трифазної лінії з розподіленими параметрами при електромагнітних перехідних процесах. *Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Серія: Технічні науки*, 2018, №4. С. 96-102.