

## КОНЦЕПЦІЯ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ І ЯКОСТІ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

**Філіппенко М.В., Худя І.В., студенти, Приймак Б.І., к.т.н., доц.**

*КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу*

**Вступ.** Вивчення дисципліни «Теорія автоматичного керування» при підготовці бакалаврів за спеціальністю «електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» потребує ґрунтовного оволодіння темами, що стосуються стійкості та якості лінійних систем автоматичного керування (САК) [1, 2]. Згідно з програмою дисципліни, студенти повинні вміти застосовувати критерії стійкості та визначати показники якості САК.

У лабораторному практикумі, який виконується на кафедрі АЕМС-ЕП, існує лабораторна робота за даною тематикою. Проте вона реалізується на комп'ютері у середовищі Matlab/Simulink, а її змістовну частину бажано дещо удосконалити. Тому існує доцільність побудови лабораторного стенду, який дозволить студентам досліджувати стійкість та якість реальних, а не віртуальних САК. Для такого стенду слід розробити концепцію оновленої лабораторної роботи.

**Метою роботи** є розробка концептуальних положень модернізованої лабораторної роботи для дослідження стійкості і якості лінійних САК, що призначена для реалізації на відповідному лабораторному стенді.

**Матеріали дослідження.** Як було зазначено вище, у порівнянні з існуючим прототипом змістовна частина лабораторної роботи потребує розширення. Тому робота була модернізована наступним чином.

По-перше, крім показників якості перехідного процесу визначається також показник точності системи при дії збурення. По-друге, прямі показники якості перехідного процесу доповнено ще й непрямими – кореневими показниками. По-третє, при дослідженні САК поряд з критерієм Гурвіца застосовується також метод кореневого годографа.

Інакше кажучи, зміст лабораторної роботи удосконалюється шляхом більш ґрунтовного вивчення показників якості САК та практичного оволодіння методом кореневого годографа, який використовується в задачах аналізу та синтезу автоматичних систем.

Об'єктом дослідження в лабораторній роботі є замкнена лінійна безперервна САК. Оскільки дослідження стійкості охоплює як стійкі, так і нестійкі режими роботи, побудова САК на базі електромеханічних пристроїв нерациональна через їх швидке зношення. Тому доцільно будувати систему на основі електронних пристроїв з використанням операційних підсилювачів, резистивних, ємнісних та інших електронних елементів.

Лабораторний стенд повинен забезпечувати реалізацію наступних функцій:

- 1) налаштування коефіцієнтів передачі та сталих часу ланок САК для можливості реалізації потрібної кількості варіантів лабораторної роботи;
- 2) зміну коефіцієнта передачі розімкнутої САК для знаходження межі стійкості та отримання різних типів перехідного процесу;
- 3) формування у досліджуваній САК постійних за значенням та стрибкоподібних за формою зовнішніх задавальної та збурювальної дій;
- 4) фіксування в пам'яті комп'ютера та візуалізація на його моніторі реакцій САК на зовнішні дії.

Нижче коротко викладемо теоретичну основу дослідження стійкості і якості САК та розглянемо приклад реалізації одного з варіантів нової лабораторної роботи.

Стійкість є однією з необхідних умов працездатності САК. У стійкій системі вільна складова перехідного процесу, викликаного якою-небудь дією, з часом затухає і система повертається в усталений стан. Загальною умовою затухання вільної складової перехідного процесу є від'ємність дійсних частин усіх коренів характеристичного рівняння системи. Отже, дослідження стійкості можливе шляхом розв'язання характеристичного рівняння і встановлення знаку дійсних частини коренів. Проте при степені рівняння вище другого, розв'язання, а особливо аналіз впливу різних параметрів на динаміку системи, зручніше робити за допомогою непрямих методів – критеріїв стійкості. Існують алгебричні критерії Рауса, Гурвіца, Ляєнара-Шіпара, частотні критерії Найквіста, Михайлова і ряд інших.

У даній роботі досліджується стійкість лінійної системи 3-го порядку. Найпростіше досліджувати стійкість такої системи за критерієм Гурвіца.

Якщо характеристичне рівняння системи 3-го порядку записати у вигляді

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0, \quad (1)$$

де  $a_0, a_1, a_2, a_3$  – коефіцієнти, залежні від параметрів ланок САК, то умови стійкості за критерієм Гурвіца зводяться до вимоги додатності всіх коефіцієнтів і виконанню нерівності

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 \\ a_0 a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0. \quad (2)$$

Структурна схема досліджуваної системи, яка складається з пропорційного регулятора з коефіцієнтом передачі  $K_p$ , об'єкта керування та ланки зворотного зв'язку, наведена на рис. 1.

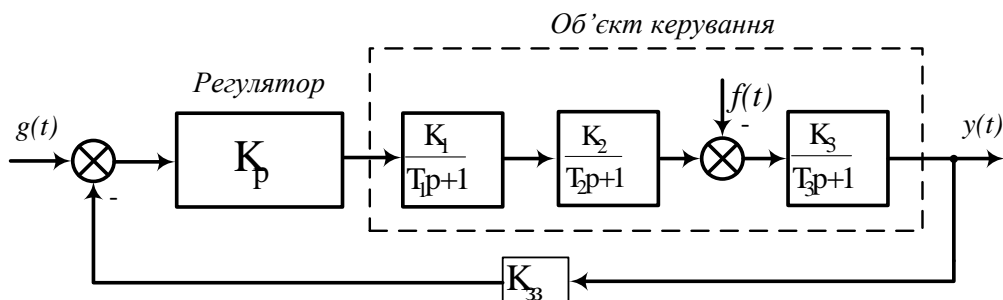


Рисунок 1 – Структурна схема досліджуваної системи

Передатна функція замкнутої системи за завданням має вигляд

$$W_g(p) = \frac{K_p K_1 K_2 K_3}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1) + K_p K_1 K_2 K_3 K_{зз}}, \quad (3)$$

отже, характеристичне рівняння САК можна записати як

$$T_1 T_2 T_3 p^3 + (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1) p^2 + (T_1 + T_2 + T_3) p + K_p K_1 K_2 K_3 K_{зз} + 1 = 0,$$

де  $K_p K_1 K_2 K_3 K_{зз} = K$  – коефіцієнт передачі розімкнутої системи (добуток коефіцієнтів передачі усіх ланок одноконтурної системи).

За додатних сталих часу і коефіцієнтів передачі, умова стійкості системи зводиться до нерівності

$$(T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1)(T_1 + T_2 + T_3) - T_1 T_2 T_3 (1 + K) > 0$$

або

$$K < (T_1 + T_2 + T_3)(T_1^{-1} + T_2^{-1} + T_3^{-1}) - 1. \quad (4)$$

Остання нерівність показує, що стійкість системи зрештою порушиться, якщо необмежено збільшувати коефіцієнт  $K$  при будь-яких значеннях сталих часу. Граничне за стійкістю значення коефіцієнта передачі розімкнутої системи називається критичним і може бути визначене за формулою

$$K_{кр} = (T_1 + T_2 + T_3) \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} \right) - 1. \quad (5)$$

Стійкість САК є необхідною, але зовсім не єдиною умовою практичної придатності системи. Істотною є якість системи керування, яка визначається точністю САК в усталених режимах та якістю перехідних процесів в ній.

У статичних режимах роботи точність САК відображає статична помилка

$$\Delta = g - y_{уст}, \quad (6)$$

де  $g = const$  – задане значення регульованої величини;  $y_{уст}$  – усталене значення регульованої величини за постійного збурення  $f = const$ .

Показником точності системи у статичних режимах є статизм. Він характеризує здатність САК до компенсування збурення і визначається як

$$\delta = \frac{\Delta}{f}. \quad (7)$$

Очевидно, що для підвищення точності системи її статизм слід зменшувати.

У статичних системах, зведених до одноконтурного вигляду, статизм визначається за формулою

$$\delta = \frac{K_f}{1 + K}, \quad (8)$$

де  $K_f$  – добуток коефіцієнтів передачі ланок системи, які містяться між місцем прикладання збурення  $f$  і виходом системи;  $K$  – коефіцієнт передачі розімкнутої системи.

Якість перехідного процесу оцінюється наступними показниками.

1. Характер перехідного процесу – монотонний (зокрема аперіодичний), аперіодичний з перерегулюванням, коливальний.

2. Тривалість перехідного процесу (час регулювання)  $t_p$  – практично визначається інтервалом часу від початку перехідного процесу до моменту, коли відхилення вихідної величини від її нового сталого значення стає менше 5% (теоретично  $t_p = \infty$ ).

3. Перерегулювання  $\sigma$  – максимальне відхилення керованої величини від усталеного значення, виражене у відсотках:

$$\sigma = \frac{x_{\max} - x_{уст}}{x_{уст}} \cdot 100\% = \frac{\Delta x_{\max 1}}{x_{уст}} \cdot 100\% . \quad (9)$$

4. Ступінь затухання перехідного процесу  $\Psi$ , який визначається за формулою

$$\Psi = \left( 1 - \frac{\Delta x_{\max 2}}{\Delta x_{\max 1}} \right) \cdot 100\% , \quad (10)$$

де  $\Delta x_{\max 1}$  і  $\Delta x_{\max 2}$  – величини, вказані на рис. 2. Ступінь затухання  $\Psi$  характеризує коливальні властивості перехідного процесу.

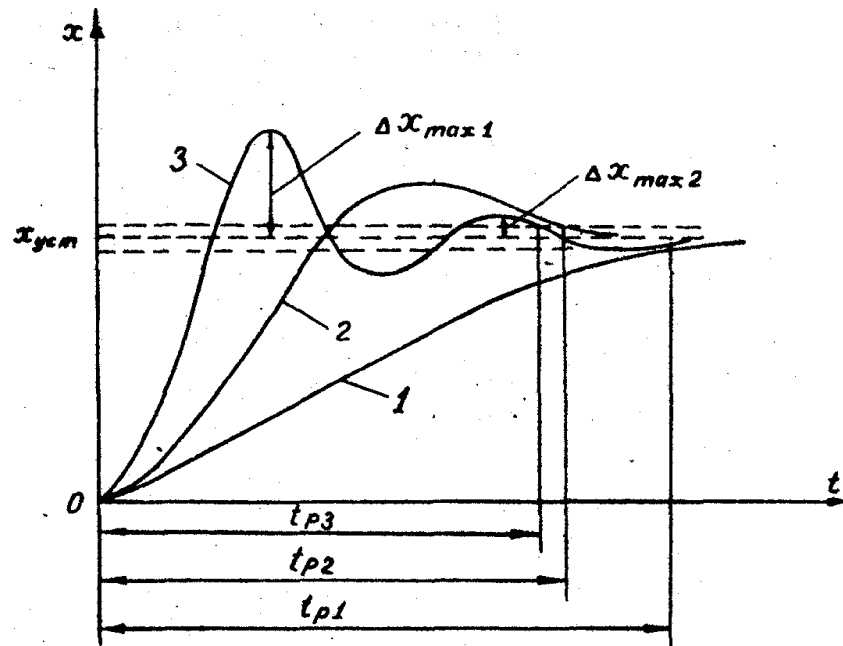


Рисунок 2 – Перехідні процеси та показники якості

Крім прямих показників якості перехідного процесу існують і непрямі, зокрема кореневі показники наближеної оцінки якості, якими є ступені стійкості та коливальності.

Ступінь стійкості  $h$  визначається за коренем (полюсом), який лежить найближче до вертикальної осі комплексної площини коренів. Якщо найменший за модулем корінь системи є дійсним  $p_1 = -\alpha_1$  (див. рис. 3), то ступінь стійкості  $h = \alpha_1$  називають аперіодичним. Якщо найближче до вертикальної осі розмішуватиметься пара комплексних коренів  $p_{2,3} = -\alpha \pm j\beta$ , то ступінь стійкості  $h = \alpha$  називають коливальним.

Ступінь коливальності системи визначається як

$$\mu = \operatorname{tg} \varphi = |\beta / \alpha|. \quad (11)$$

За наявності комплексних коренів у розв'язку рівняння незбурених коливань системи з'являється коливальна складова з періодом  $T = 2\pi / \beta$ . Чим більший ступінь коливальності  $\mu$ , тим довше затухатиме перехідний процес. При цьому ступінь стійкості  $h = \alpha$  буде зменшуватись.

Якщо ступінь стійкості аперіодичний, то тривалість перехідного процесу можна приблизно визначити як

$$t_p \approx 3/h. \quad (12)$$

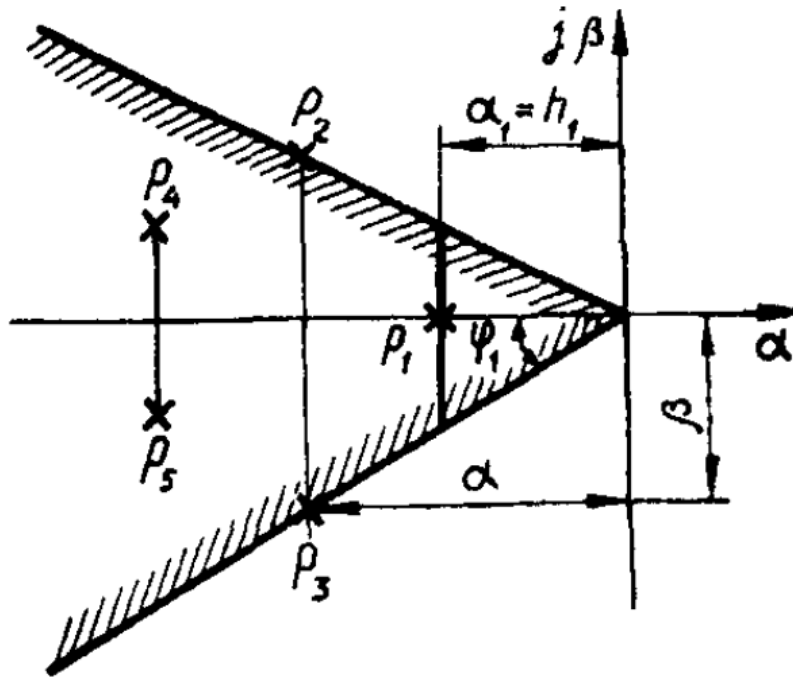


Рисунок 3 – Розміщення коренів на комплексній площині

Як приклад, розглянемо виконання одного з варіантів оновленої лабораторної роботи. Структурна схема САК наведена на рис. 1.

Параметри системи:  $K_p = 1$ ;  $K_1 = 6$ ;  $K_2 = 1$ ;  $K_3 = 3$ ;  $K_{зз} = 0.5$ ;  
 $T_1 = 0.18 \text{ c}$ ;  $T_2 = 0.02 \text{ c}$ ;  $T_3 = 0.03 \text{ c}$ ;  $f_0 = 5 \text{ В}$ .

Виконання роботи здійснюється за 5 етапів.

1. Дослідження стійкості САК. Налаштуємо параметри системи та знімемо перехідний процес при завданні  $g = 1(t)$ , який показано на рис. 4.

За (5) знайдемо коефіцієнт передачі  $K_{KP}$ , коли САК буде на межі стійкості.

$$K_{KP} = (T_1 + T_2 + T_3)(T_1^{-1} + T_2^{-1} + T_3^{-1}) - 1 = 19.44,$$

а оскільки заданий  $K = K_p K_1 K_2 K_3 K_{зз} = 9$ , то промодельюємо систему з

коефіцієнтом передачі регулятора  $K_p = \frac{K_{KP}}{K_1 K_2 K_3 K_{зз}} = \frac{19.44}{9} = 2.16$ , та з дещо

більшим  $K_p$  для отримання нестійкого процесу. Результати наведені на рис. 5.

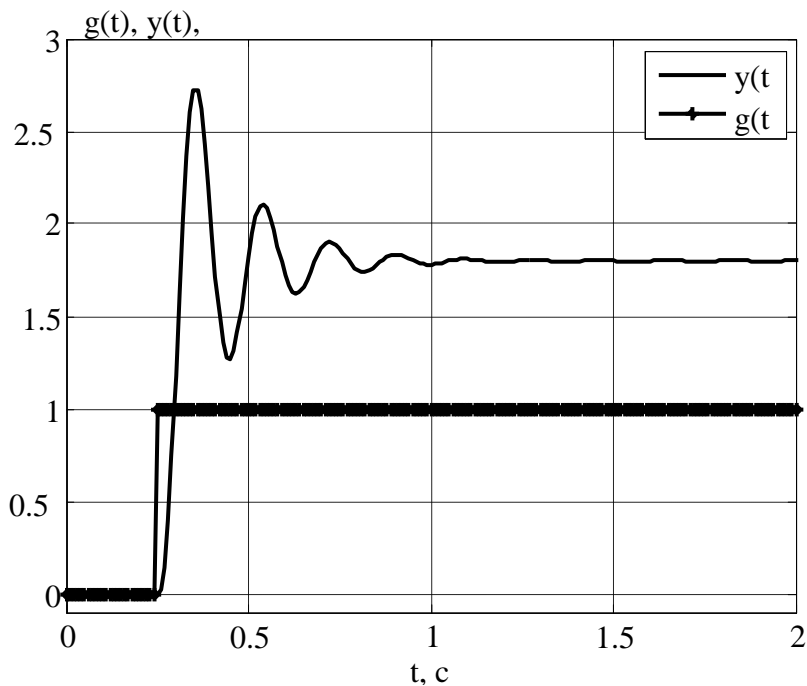


Рисунок 4 – Перехідний процес при заданих  $K = 9$ ;  $K_p = 1$

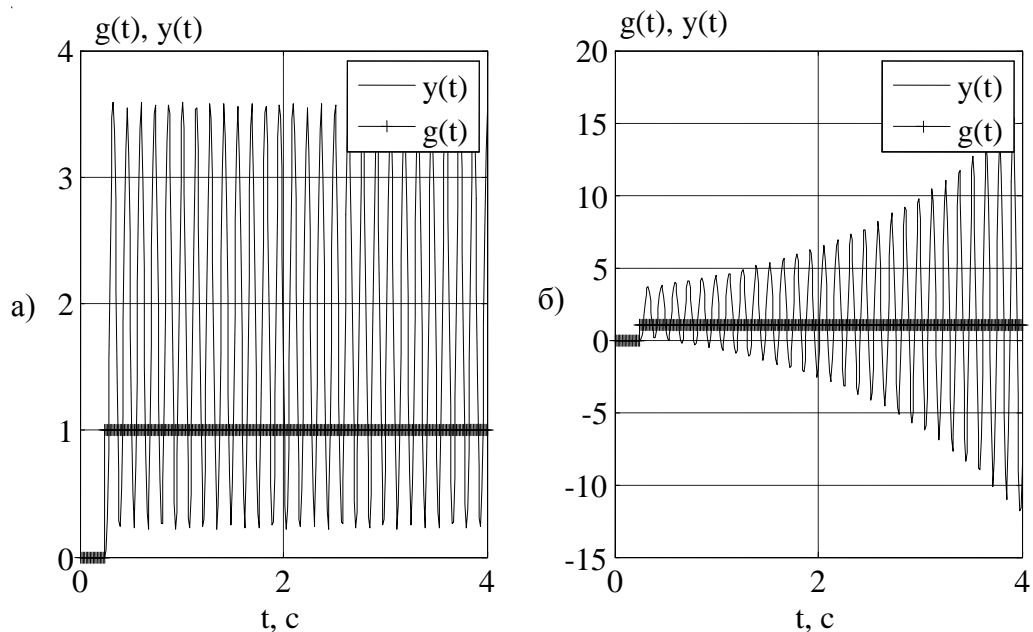


Рисунок 5 – Перехідні процеси: а)  $K = K_{KP}$ ; б)  $K > K_{KP}$

2. Визначення показників якості перехідного процесу САК. За допомогою функції *rlocus* будемо кореневий годограф (рис. 6), на якому знаходимо значення коефіцієнта передачі регулятора  $K_p = 0.074$ , що є межею між аперіодичними та коливальними перехідними процесами.

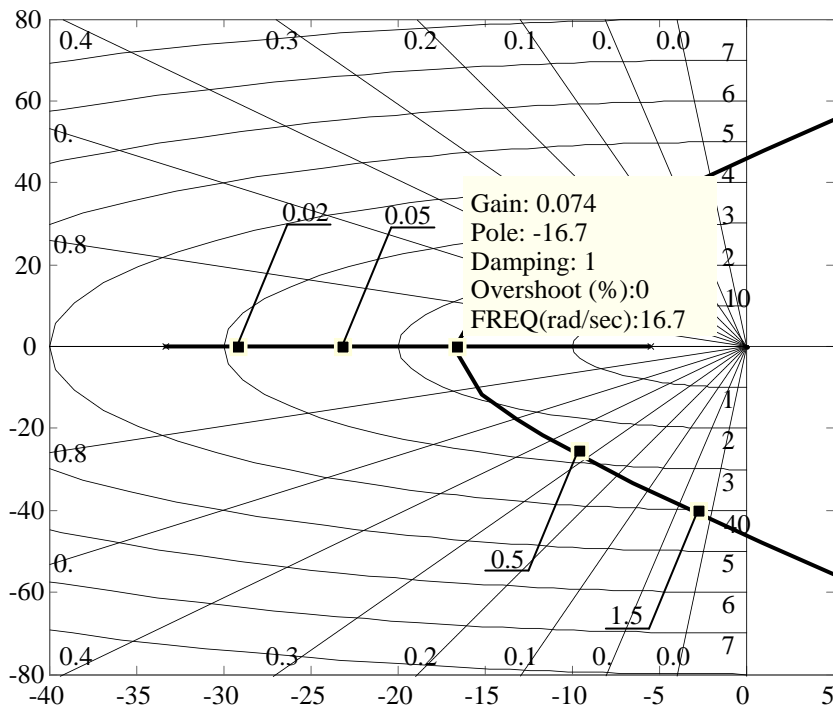


Рисунок 6 – Кореневий годограф САК

Далі знімаємо перехідні процеси (рис. 7) для значень  $K_p < 0.074$  та  $K_p > 0.074$ , що відмічені на кореневому годографі (рис. 6).

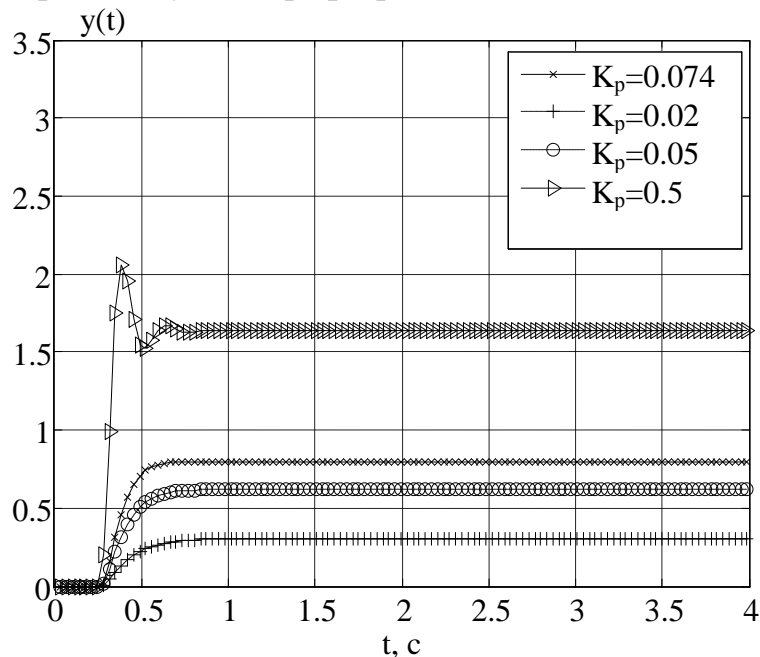


Рисунок 7 – Перехідні процеси при різних значеннях  $K_p$

За графіками перехідних процесів, що зображені на рис. 7, визначаємо прямі показники якості  $t_p$ ,  $\sigma$ ,  $\Psi$ , а за допомогою кореневого годографа (рис. 6) визначаємо кореневі показники якості – ступінь стійкості  $h$  та ступінь коливальності  $\mu$ . При цьому використовуємо вирази (9)-(11).

Для аперіодичних ступенів стійкості за (12) визначимо приблизні значення часу перехідного процесу та порівняємо їх із точними значеннями.

3. Дослідження точності САК в усталеному режимі. Задавши  $f_0 = 5 \text{ В}$ ;  $K_p = 1$  знімаємо перехідний процес при стрибку збурення  $f = f_0 \cdot 1(t)$  (рис. 8).

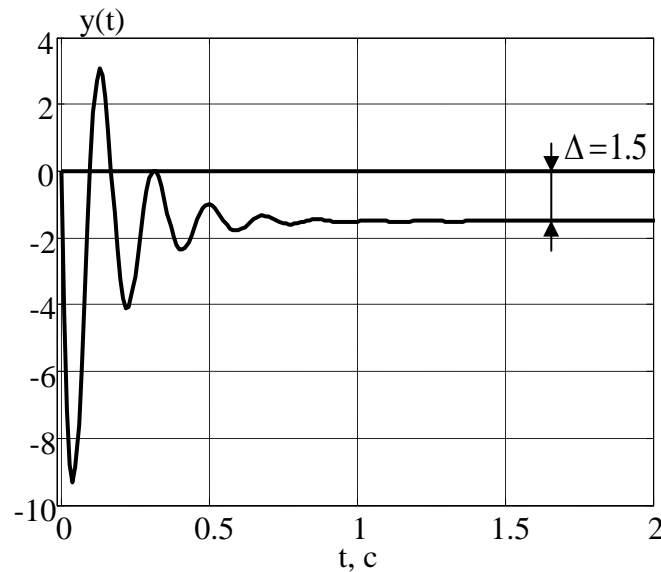


Рисунок 8 – Реакція САК на стрибок збурення при  $K = 9$ ;  $K_p = 1$

Отримавши з графіка на рис. 8 усталене значення помилки регулювання  $\Delta$ , визначаємо статизм системи за (7) як

$$\delta = \frac{\Delta}{f_0}.$$

Тепер порівнюємо дане експериментальне значення статизму із теоретичним значенням, яке обчислюємо за (8), де  $K_f = K_3$ . Далі аналогічно визначаємо статизм системи для всіх інших значень  $K_p$ , які вказані на рис. 7.

4. Побудова графіків залежностей  $t_p = f(K)$ ;  $\sigma = f(K)$ ;  $\Psi = f(K)$ ;  $h = f(K)$ ;  $\mu = f(K)$ ;  $\delta = f(K)$ .

5. Аналіз впливу коефіцієнта передачі розімкненої системи  $K$  на показники якості керування.

Далі за отриманими результатами оформляється звіт з лабораторної роботи.

**Висновки.** На основі запропонованої у статті концепції перспективна побудова лабораторного стенду для вивчення тем, що стосуються стійкості та якості лінійних САК. Змістовна частина існуючого комп'ютерного прототипу лабораторної роботи при цьому буде удосконалена. Виконання оновленої роботи на лабораторному стенді дозволить підвищити ефективність вивчення студентами дисципліни «Теорія автоматичного керування».

#### Перелік посилань

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. – К. : Либідь, 2007.– 656 с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5-ти тт. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под ред.. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ, 2004. – 656 с.