

КОНЦЕПТУАЛЬНІ АСПЕКТИ РОЗРОБКИ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРИЧНОГО ЛІТАКА. ЧАСТИНА 2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ПОЛЬОТУ ЛІТАКА

Захарченко Ю. О., магістрант, Пересада С. М., д.т.н., проф., Пижов В. М., к.т.н., доц.

КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу

Вступ. В частині 1 [1] було проведено розрахунок потужності двигуна, в якості якого пропонується використовувати синхронний двигун з постійними магнітами (СДПМ). Для регулювання координат СДПМ найчастіше використовується систему векторного керування кутовою швидкістю. Синтез даного алгоритму керування є актуальною задачею, розв'язання якої дозволить покращити енергетичні показники системи електроприводу, тому в даній роботі проведено дослідження динаміки літального апарату (літак Т-411 «АИСТ») з алгоритмом векторного керування синхронним двигуном.

Мета роботи. Розробка алгоритму векторного керування кутовою швидкістю синхронного двигуна та проведення дослідження динаміки літального апарату під час польоту.

Матеріал і результати дослідження

1. *Математична модель літального апарата.* В цьому дослідженні використано математичну модель літального апарата, яку представлено в [2]. Система рівнянь руху центра мас літака при відсутності вітру та кута ковзання має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} m\dot{V} = F \cos(\alpha + \varphi_p) - Q - mg \sin \theta; \\ mV\dot{\theta} = F \sin(\alpha + \varphi_p) \cos \gamma + Y \cos \gamma - mg \cos \theta; \\ -mV \cos \theta \dot{\Psi} = F \sin(\alpha + \varphi_p) \sin \gamma + Y \sin \gamma; \\ Q = \frac{C_x \rho S V^2}{2}; \\ Y = \frac{C_y \rho S V^2}{2}; \\ \dot{H} = V \sin \theta; \\ \dot{L} = V \cos \theta, \end{array} \right. \quad (1)$$

де m – маса літака, кг, V – лінійна швидкість літака, м/с; F – сила тяги, Н; α – кут атаки профілю крила, град; θ – кут нахилу літака відносно землі, град; φ_p – кут уставки двигуна, град; Q – сила лобового опору, Н; g – прискорення тіла вільного падіння, м/с²; γ – кут крена, град; Ψ – кут шляху, град; Y – підйомна сила, Н; C_x – коефіцієнт лобового опору; C_y – коефіцієнт підйому; S – площа крила, м²; ρ – масова щільність повітря, кг/м³, H – висота польоту, м, L – тривалість польоту, м. Коефіцієнти лобового опору та підйому є залежними від ку-

та атаки та куту відкривання закрилок δ змінними і визначаються для кожного літака окремо в ході експериментів. Для даного літака взята залежність $C_x = f(\alpha, \delta)$ та $C_y = f(\alpha, \delta)$ від літака ЯК-55 [3].

Основний режим руху літака це політ без крену ($\gamma=0$), тобто політ в вертикальній площині, з малим кутом уставки двигуна ($\varphi_p \approx 0$) та малим кутом шляху $\Psi \approx 0$. Тоді система (1) запишеться у спрощеному вигляді

$$\begin{cases} m\dot{V} = F \cos \alpha - Q - mg \sin \theta; \\ mV\dot{\theta} = F \sin \alpha + Y - mg \cos \theta; \\ Q = \frac{C_x \rho S V^2}{2}; \\ Y = \frac{C_y \rho S V^2}{2}; \\ \dot{H} = V \sin \theta; \\ \dot{L} = V \cos \theta. \end{cases} \quad (2)$$

Тяга пропелера P та його момент опору M визначається за наступними формулами

$$P = \alpha_n \rho n^2 D^4, \quad (3)$$

$$M_c = \beta_n \rho n^2 D^5, \quad (4)$$

де α_n – абсолютний коефіцієнт тяги, β_n – абсолютний коефіцієнт моменту, n – частота обертання двигуна, об/с.

Ці коефіцієнти є функціями, які залежать від обертового коефіцієнту λ , який в свою чергу визначається

$$\lambda = \frac{V}{nD}. \quad (5)$$

Для кожного пропелера залежності $\alpha_n = f(\lambda)$ та $\beta_n = f(\lambda)$ є індивідуальними і визначаються експериментально.

Аналізуючи вищевказані рівняння можна стверджувати наступне: лінійна швидкість літака залежить від тяги пропелера, яка створюється зарахунок обертання пропелера, та від сили лобового опору, що в свою чергу залежить від лінійної швидкості літака, тому звідси виходить наступне твердження, що навідміну від наземного транспорту, де керування електричним двигуном відбувається за моментом, в даному випадку потрібно керувати швидкістю обертання.

В табл. 1 представлено параметри літака Т-411 «АИСТ» [4], за якими було проведено розрахунок потужності двигуна в частині 1 цієї статті [1].

Таблиця 1 – Технічні характеристики літака Т-411 «АИСТ»

| Параметр | Значення | Примітка |
|---------------------------------------|----------|----------------------|
| Розмах крила, м | 13.02 | |
| Довжина літака, м | 9.45 | |
| Висота літака, м | 2.60 | |
| Площа крила, м ² | 24.30 | |
| Маса пустого літака, кг | 1200 | |
| Максимальна маса літака, кг | 1600 | |
| Максимальна швидкість, км/год | 240 | |
| Максимальна висота польоту, м | 3000 | |
| Екіпаж | 4 | 1 пілот, +3 пасажира |
| Довжина розбігу, м | 85 | |
| Дистанція взльоту, м (висота 15 м) | 240 | |
| Потужність двигуна, кВт | 265 | 1 ПД М-14Х |
| Діаметр гвинта, м | 2,6 | МТV-9 3 лопаті |
| Коефіцієнт моменту повітряного гвинта | 0.05 | |
| Коефіцієнт тяги повітряного гвинта | 0.05 | |

2. Тяговий електричний двигун. За результатами розрахунку потужності двигуна в частині 1 було обрано двигун EMRAX 348 [5] потужністю 200 кВт, параметри якого зазначені в табл. 2.

Таблиця 2 – Паспортні дані двигуна EMRAX 348

| Параметр | Значення |
|---|------------|
| Номінальна потужність, кВт | 200 |
| Максимальна короточасна потужність, кВт | 400 |
| Максимальна лінійна напруга живлення, В | 230/460 |
| Максимальна швидкість обертання, об/хв | 4000 |
| Номінальний струм двигуна, А | 550 |
| Максимальний струм двигуна, А | 1100 |
| Номінальний момент двигуна, Н·м | 500 |
| Максимальний момент двигуна, Н·м | 1000 |
| Коефіцієнт корисної дії, % | 92-98 |
| Активний опір фази двигуна при 25 °С, мОм | 5 |
| Індуктивність фаз L_d, L_q , мГн | 24.3, 26.3 |
| Діаметр*ширина двигуна, мм | 348*107 |
| Інерційність ротора, кг·м ² | 0.3654 |
| Кількість пар полюсів | 10 |
| Маса, кг | 40 |

3. Конструювання алгоритму векторного керування. Так як складові індуктивностей обмоток статора майже не відрізняються між собою (таблиця 2), то вважаємо що двигун є неявнополюсним, тоді динамічна модель синхронного

двигуна [6] зі збудженням від постійних магнітів, за умов живлення від джерела напруги, в системі координат ротора d-q, задається рівняннями

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega; \\ \dot{\omega} = \frac{1}{J}(M - M_c); \\ M = k_m i_{1q}; \\ \dot{i}_{1d} = -\frac{R_1}{L_1} i_{1d} + p_n \omega i_{1q} + \frac{1}{L_1} u_{1d}; \\ \dot{i}_{1q} = -\frac{R_1}{L_1} i_{1q} - p_n \omega i_{1d} - \frac{L_m}{L_1} i_f p_n \omega + \frac{1}{L_1} u_{1q}; \\ \psi_{1d} = L_1 i_{1d} + L_m i_f, \end{cases} \quad (6)$$

де θ – кут повороту валу, ω – кутова швидкість валу, J – момент інерції, M – момент двигуна, M_c – момент навантаження двигуна, i_{1d} та i_{1q} – компоненти струму статора по осям d та q, R_1 – активний опір обмотки статора, L_1 – індуктивність обмотки статора, i_f – фіктивний струм намагнічення, p_n – кількість пар полюсів, u_{1d} та u_{1q} – компоненти напруги статора по осям d та q, $k_m = 1.5 L_m i_f p_n$ – коефіцієнт моменту, ψ_{1d} – потокозчеплення статора по осі d.

Перехід від змінних з стаціонарної системи координат a-b в обертову d-q відбувається за допомогою перетворення Парка-Горева [7]

$$\begin{pmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{pmatrix} = e^{-j p_n \theta} \begin{pmatrix} i_{1a} \\ i_{1b} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} u_{1d} \\ u_{1q} \end{pmatrix} = e^{-j p_n \theta} \begin{pmatrix} u_{1a} \\ u_{1b} \end{pmatrix},$$

де i_{1a} та i_{1b} – компоненти струму статора по осям a та b, u_{1a} та u_{1b} – компоненти напруги статора по осям a та b.

Похибки відпрацювання струмів \tilde{i}_{1d} та \tilde{i}_{1q} статора визначимо так

$$\tilde{i}_{1d} = i_{1d} - i_{1d}^*, \quad \tilde{i}_{1q} = i_{1q} - i_{1q}^*, \quad (8)$$

де i_{1d}^* та i_{1q}^* – задані струми статора по осям d та q.

Регулятор швидкості для системи (3) та рівняння похибок відпрацювання будуть

$$\begin{aligned}
i_{1q}^* &= \frac{1}{\mu} (\hat{M}_c + \dot{\omega}^* - k_\omega \tilde{\omega}) \\
\dot{\hat{M}}_c &= -k_{\omega i} \tilde{\omega} \\
\dot{\tilde{\omega}} &= -k_\omega \tilde{\omega} - \tilde{M}_c + \mu \tilde{i}_{1q} \\
\dot{\tilde{M}}_c &= k_{\omega i} \tilde{\omega},
\end{aligned} \tag{9}$$

де $\mu = \frac{k_m}{J}$, k_ω та $k_{\omega i}$ – пропорційна та інтегральна складові регулятора швидкості; $\tilde{\omega} = \omega - \omega^*$ – похибка відпрацювання кутової швидкості, ω^* – задана кутова швидкість з обмеженою першою та другою похідною.

Похідні від заданого моментного струму СД мають вигляд

$$\dot{i}_{1q}^* = \dot{i}_{1q1}^* + \dot{i}_{1q2}^*, \tag{10}$$

де
$$\dot{i}_{1q1}^* = \frac{1}{\mu} \left[\dot{\hat{M}}_c + \ddot{\omega}^* - k_\omega (-k_\omega \tilde{\omega} + \mu \tilde{i}_{1q}) \right] \tag{11}$$

$$\dot{i}_{1q2}^* = \frac{k_\omega}{\mu} \tilde{M}_c. \tag{12}$$

Нелінійний алгоритм відпрацювання квадратурної компоненти струму статора запишеться у вигляді

$$\begin{aligned}
u_{1q} &= L_1 p_n \omega i_{1d} + \left[L_m i_f p_n \omega + R_1 i_{1q}^* + L_1 (\dot{i}_{1q1}^* - k_{iq1} \tilde{i}_{1q} - x_q) \right] \\
\dot{x}_q &= k_{ii} \tilde{i}_{1q},
\end{aligned} \tag{13}$$

де k_{iq1} та k_{ii} – пропорційна та інтегральна складові регулятора струму.

Після підстановки (9) в друге рівняння (6), а (13) в четверте, отримаємо рівняння динаміки похибок відпрацювання координат електромеханічної підсистеми СД у вигляді

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{M}}_c &= k_{\omega i} \tilde{\omega} \\
\dot{\tilde{\omega}} &= -k_\omega \tilde{\omega} - \tilde{M}_c + \mu \tilde{i}_{1q} \\
\dot{x}_q &= k_{ii} \tilde{i}_{1q} \\
\dot{\tilde{i}}_{1q} &= -k_{1q} \tilde{i}_{1q} - x_q - \frac{k_\omega}{\mu} \tilde{M}_c,
\end{aligned} \tag{14}$$

де $k_{1q} = \frac{R_1}{L_1} + k_{iq1}$.

Визначимо вектор похибок відпрацювання координат електромеханічної підсистеми двигуна $x_1 = (\tilde{M}_c, \tilde{\omega}, x_q, \tilde{i}_{1q})^T$, тоді рівняння (14) набувають стандартної форми, що забезпечує асимптотичність відпрацювання $\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{M}_c, \tilde{\omega}, x_q, \tilde{i}_{1q}) = 0$.

Регулятор струму по осі d має вигляд:

$$\begin{aligned} u_{1d} &= -L_1 p_n \omega i_{1d} + \left[R_1 i_{1d}^* + L_1 (\dot{i}_{1d}^* - k_{id1} \tilde{i}_{1d} - x_d) \right] \\ \dot{x}_d &= k_{ii} \tilde{i}_{1d}, \end{aligned} \quad (15)$$

де k_{id1} та k_{ii} - пропорційна та інтегральна складові регулятора струму по осі d.

Повні рівняння динаміки похибок відпрацювання мають форму двох розв'язаних підсистем:

1) електромеханічної

$$\begin{aligned} \dot{\hat{M}}_c &= k_{\omega i} \tilde{\omega} \\ \dot{\tilde{\omega}} &= -k_{\omega} \tilde{\omega} - \hat{M}_c + \mu \tilde{i}_{1q} \\ \dot{x}_q &= k_{ii} \tilde{i}_{1q} \\ \dot{\tilde{i}}_{1q} &= -k_{iq} \tilde{i}_{1q} - x_q - \frac{k_{\omega}}{\mu} \hat{M}_c, \end{aligned} \quad (16)$$

2) електромагнітної

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{i}}_{1d} &= -k_{id} \tilde{i}_{1d} - x_d \\ \dot{x}_d &= k_{ii} \tilde{i}_{1d}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{де } k_{1d} = \frac{R_1}{L_1} + k_{id1}.$$

Умова $\dot{i}_{1d}^* = 0$ в системах векторного керування СД використовується при швидкостях нижче номінальної.

Повний алгоритм відпрацювання кутової швидкості вміщує:

1) регулятор швидкості:

$$\begin{aligned} \dot{i}_{1q}^* &= \frac{1}{\mu} (\hat{M}_c + \dot{\omega}^* - k_{\omega} \tilde{\omega}) \\ \dot{\hat{M}}_c &= -k_{\omega i} \tilde{\omega}, \end{aligned} \quad (18)$$

2) регулятор потокозчеплення

$$\dot{i}_{1d}^* = L_1^{-1} (\psi_1^* - L_m i_f), \quad \psi_1^* = L_m i_f, \quad (19)$$

3) регулятори струму по осі d та q

$$\begin{aligned} u_{1d} &= R_1 i_{1d}^* + L_1 (-p_n \omega i_{1q} + \dot{i}_{1d}^* - k_{id1} \tilde{i}_{1d} - x_d) \\ \dot{x}_d &= k_{ii} \tilde{i}_{1d}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$u_{1q} = R_1 i_{1q}^* + L_1 (p_n \omega i_{1d} + i_{1q1}^* - k_{iq1} \tilde{i}_{1q} - x_q) \quad (21)$$

$$\dot{x}_q = k_{ii} \tilde{i}_{1q}.$$

Структурна схема системи керування лінійною швидкістю літака представлена на рис. 1.

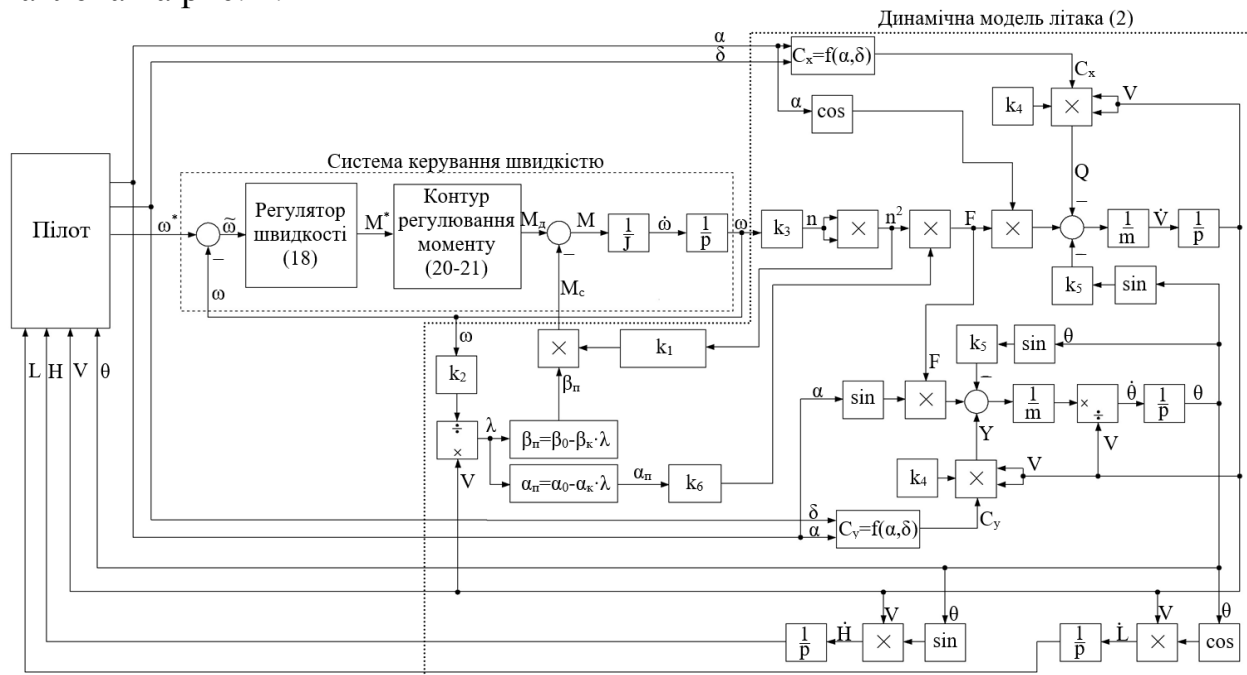


Рисунок 1 – Структурна схема керування лінійною швидкістю літака

На структурній схемі завдання швидкості формує пілот. Система керування швидкістю двигуна з алгоритмом (18)-(21) забезпечує відпрацювання заданої кутової швидкості. Кутова швидкість пропелера ω формує тягове зусилля F , яке поступає на динамічну модель літака (2). Коефіцієнти динамічної моделі на рис. 5.1 подані у вигляді

$$k_1 = \frac{\rho D^5}{2\pi}, \quad k_2 = \frac{30D}{\pi}, \quad k_3 = \frac{30}{\pi}, \quad k_4 = \frac{\rho S}{2}, \quad k_5 = mg, \quad k_6 = \rho D^4.$$

Приймаючи, що кути α та θ є малими величинами, тоді $\sin(\alpha) \approx 0$, $\cos(\alpha) \approx 1$, $\sin(\theta) \approx 0$, залежності β_n , α_n , C_x можна лінеаризувати у вигляді $C_M(\omega)$, $C_F(\omega)$, та $C_\lambda(\omega)$, $C_x(V)$ відповідно. В умовах цих припущень отримуємо спрощену розрахункову схему, яка зображена на рис. 2.

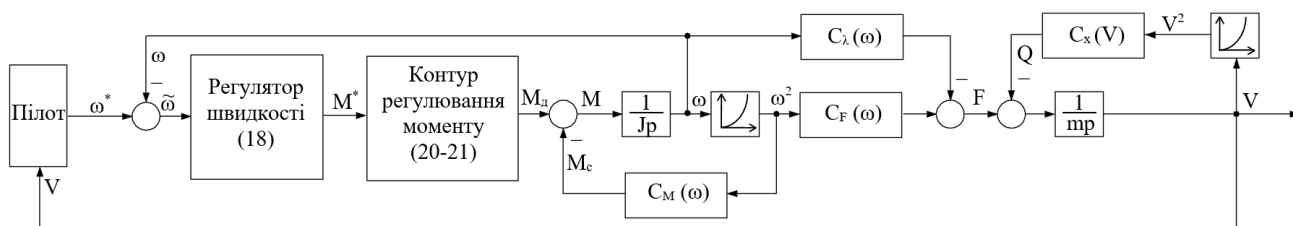


Рисунок 2 – Розрахункова схема керування лінійною швидкістю літака

З розрахункової схеми видно, що момент навантаження M_c залежить від квадрату кутової швидкості ω і майже не змінюється впродовж роботи при сталій швидкості, звідси слідує, що синтезований алгоритм керування кутовою швидкістю СДПМ може використовуватись при даному типі навантаження.

4. *Дослідження динамічних режимів.* За розрахованими даними кутової швидкості та куту нахилу літака проведено моделювання розгону, підйому, наборі висоти до 145 м та горизонтального польоту літака зі швидкістю 53 м/с. Графіки залежностей основних змінних електромеханічної системи літака показано на рис. 3 – 5.

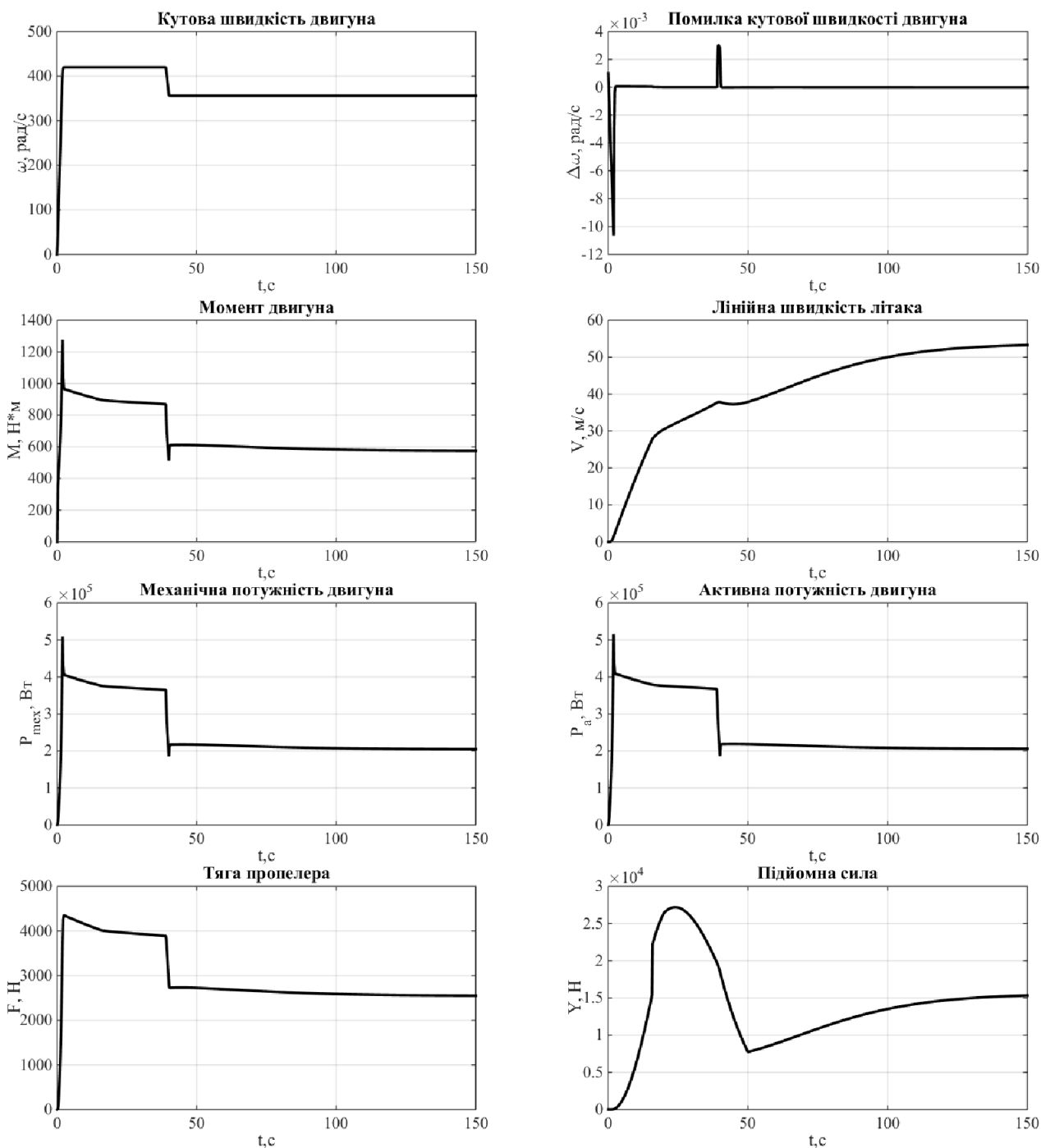


Рисунок 3 – Графіки перехідних процесів при моделюванні польоту літака

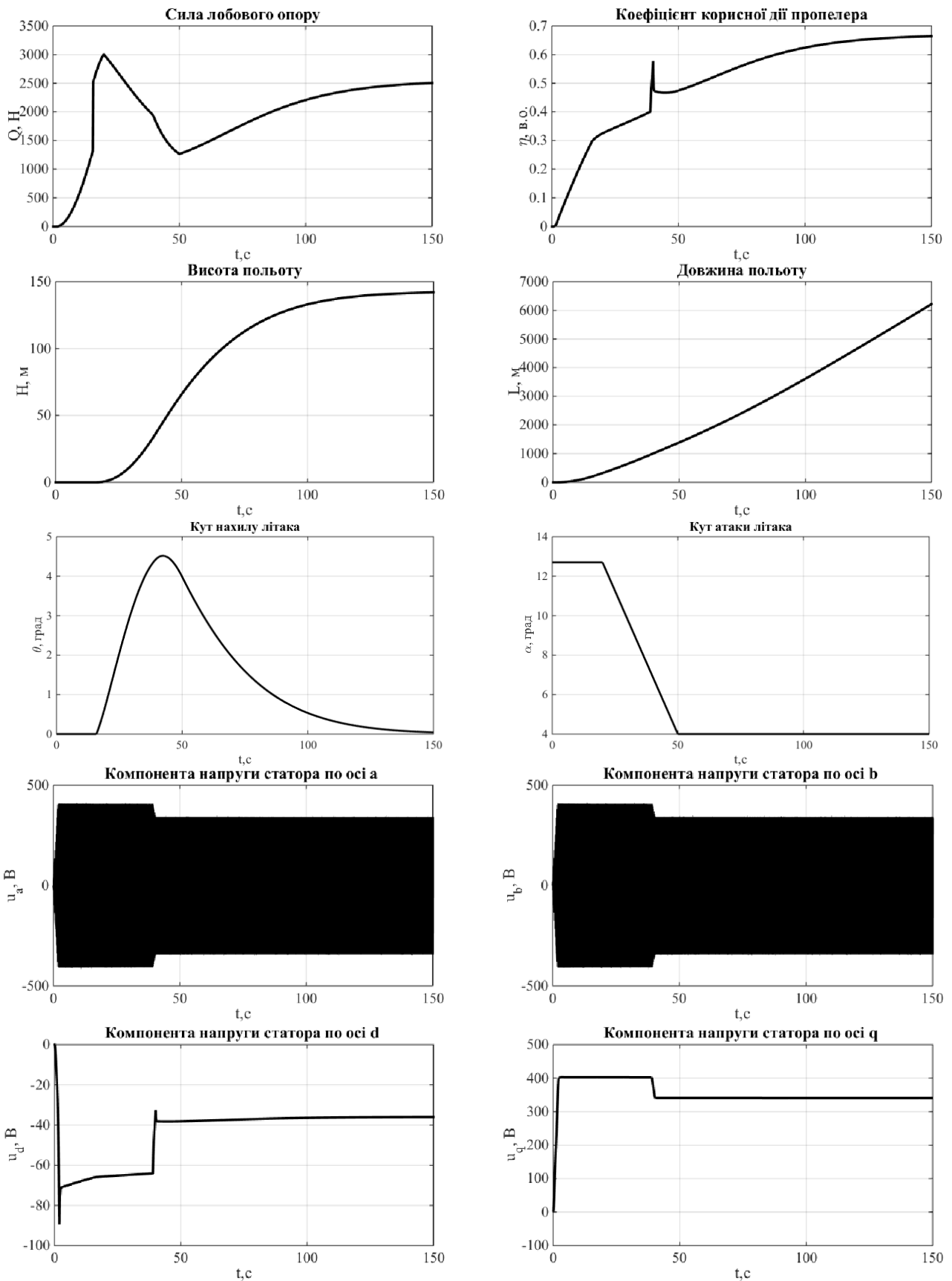


Рисунок 4 – Графіки перехідних процесів при моделюванні польоту літака

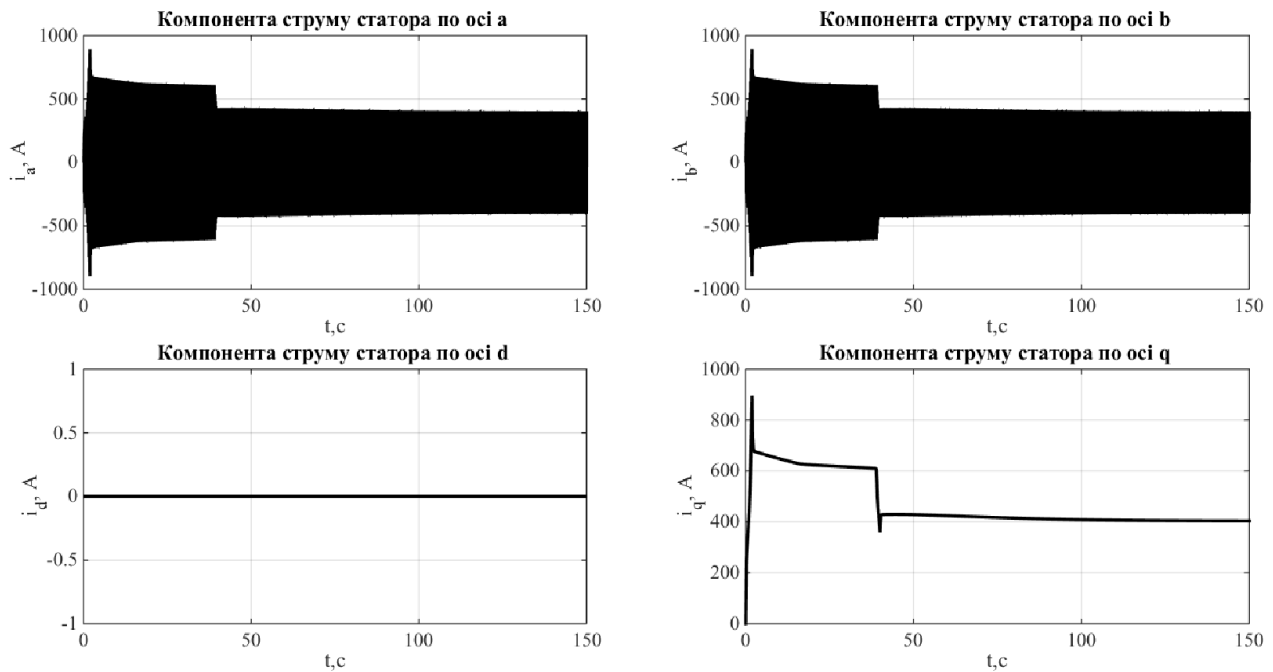


Рисунок 5 – Графіки перехідних процесів при моделюванні польоту літака

В початковий момент часу абсолютні коефіцієнти тяги $\alpha_{п}$ та моменту $\beta_{п}$ максимальні, тобто при досягненні двигуном номінальної швидкості $\omega_n = 420 \text{ рад/с}$ тяга, момент опору пропелера і, як наслідок, потужність двигуна досягають свої максимальних значень. Наростання швидкості починається з 1 секунди, тобто з моменту подолання літаком сил тертя коліс щодо асфальту. Поступово, при збільшенні лінійної швидкості V , обертовий коефіцієнт λ знижується, що спричинює зменшенню коефіцієнтів $\alpha_{п}$ та $\beta_{п}$. Розгін триває 15 секунд, після чого підйомна сила стає більшою ніж сила ваги $Y > G$ і літак починає набирати висоту. На 20 секунді моделювання за рахунок зміни кута закриття δ кут атаки літака змінюється від максимального значення 12.7° до 4° впродовж 30 секунд.

З графіків напруг та струмів статора видно, що максимальна напруга, яку використовує двигун при максимальній кутовій швидкості 420 рад/с , не перевищує амплітудне значення 400 В , а максимальний струм не перевищує 750 А .

На 39 секунді досягається кут нахилу літака відносно горизонту $\theta=6^\circ$, одразу після чого пілотом зменшується кутова швидкість двигуна до $\omega = 356 \text{ рад/с}$, що спричиняє зменшення лінійної швидкості при підйомі внаслідок того, що тягова сила пропелера F не врівноважує силу лобового опору Q та складову ваги літака G_2 . Завданням кута закриття δ змінюється кут атаки літака α , що спричиняє поступового виведення літака в горизонтальне положення польоту. При цьому видно, що струм статорної обмотки зберігає своє значення на рівні 450 А . Користуючись цими значеннями можна підібрати/розробити перетворювач, який забезпечує тривалий вихідний струм

450 А та короткочасно витримує перевантаження по струму в 2 рази з робочою напругою акумуляторної батареї 400 В.

На 125 секундї польоту можна стверджувати, що перехідний процес виведення літака в режим горизонтального польоту завершився. При номінальній лінійній швидкості польоту $V = 53.75 \frac{m}{c}$ на 150 секундї моделювання, літак знаходиться на висоті 145 м від землі, сила тяги пропелера F врівноважує лобовий опір Q , що виконує умову сталості швидкості, а підйомна сила Y врівноважує силу ваги G , що виконує умову сталості висоти. Механічна потужність, яка розвивається двигуном становить 204 кВт.

Аналізуючи графік похибки відпрацювання швидкості впродовж всього етапу польоту можна стверджувати, що алгоритм керування асимптотично відпрацьовує задану швидкість обертання двигуна. З графіку відпрацювання струму по осі d видно, що дану складову алгоритм зводить до нуля, так як двигун працює тільки в зоні керування швидкості до номінальної.

Висновки. В даній роботі виконано розробку алгоритму векторного керування кутовою швидкістю СДПМ, який обертає пропелер для зміни лінійної швидкості літака. На основі спрощеної структурної схеми було становлено, що навантаження M_c залежить від квадрату кутової швидкості пропелера ω і майже не змінюється впродовж роботи при сталій швидкості. В ході математичного моделювання було встановлено, що синтезований алгоритм забезпечує асимптотичне відпрацювання заданої пілотом траєкторії кутової швидкості при невідомому моменті навантаження та при роботі двигуна в першій зоні регулювання швидкості компонента струму $i_{1d} = 0$, що зменшує сумарні втрати в системі. Побудована модель забезпечує моделювання польоту літака, яка повною мірою демонструє перехідні процеси в ЕМС.

Перелік посилань

1. Захарченко Ю. О., Пересада С. М. Концептуальні аспекти розробки електромеханічної системи електричного літака. Частина 1. Розрахунок і обґрунтування вибору електричного двигуна // Міжнародний науково-технічний журнал "Сучасні проблеми електроенергетехніки та автоматики". – 2018. – С. xxx–xxx.
2. Мельников А.К. Современная авиация России [Текст] / А. К.Мельников. – М. : АСТ, Астрель. – 2001. – 194 с.
3. Журавченко А. Н. Аэродинамический расчёт самолётов [Текст] / А. Н. Журавченко. – М. : Рипол Классик. – 2013. – 482 с.
4. Динамика полета самолета. Расчет траекторий и летных характеристик. Электронный курс лекций. [Электронный ресурс] / Уклад: В. Л. Балакин, Ю. Н. Лазарев. 3-е изд. Самара 2011. – 56с.
5. EMRAX 348. Technical Data Summary [Электронный ресурс] – Режим доступа до ресурсу <http://emrax.com/products/emrax-348>
6. Автоматизация електромеханічних систем.: курс лекцій з кредитного модуля для студентів денної форми навчання напряму підготовки 6.050702-"Електромеханіка" спеціальності "Електромеханічні системи автоматизації та електропривод" [Электронный ресурс] / Уклад: С. М. Пересада, С. М. Ковбаса, С. С. Димко –К.: НТУУ "КПІ", 2014 р. – 224 с.