

ВТРАТИ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ В СХЕМІ КАСКАДУ ВИСОКОЇ НАПРУГИ З НЕЛІНІЙНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Бржезицький В.О., д.т.н., проф., Десятов О.М., інженер, Бакало В.Р., студент

КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра техніки і електрофізики високих напруг

Вступ. Каскадний генератор – пристрій, що перетворює низьку змінну напругу у високу постійну. У кожному окремому вузлі каскада змінна напруга випрямляється, вихідні напруги вузлів включаються послідовно і, таким чином, додаються. Живлення каскадів може бути як послідовним, так і паралельним [1]. Вперше схеми каскадних генераторів були запропоновані Грейнахером в 1920 році [2], проте практичне застосування вони знайшли лише на початку 30-х років, коли виникла необхідність створення джерел надвисоких напруг для прискорювачів заряджених частинок. У 1932 р. Кокрофт і Уолтон опублікували опис каскадного генератора з послідовним живленням на напругу 700 кВ [3]. Відтоді такі установки називають генераторами Кокрофта - Уолтона.

Пульсації напруги на виході в таких генераторах виявилися значними, іноді навіть за відсутності навантаження. Надалі з метою усунення цих недоліків було запропоновано декілька удосконалених каскадних генераторів. Певного зниження пульсацій напруги вдалося домогтися, перейшовши до симетричних схем, запропонованих Гельперном [4]. До сьогоднішнього дня науковці вказують у своїх роботах про вплив пульсацій напруги [5], але остаточного рішення, за допомогою якого можна було б точно визначати значення амплітуди та форми пульсацій, не знайдено.

Дослідження режимів високовольтних каскадних установок постійного струму зазвичай виконуються наближеними методами [1, 6] за припущення незмінності їх параметрів у часі (лінійне наближення). Проте останнім часом у схемах таких установок використовують і нелінійні елементи, наприклад стабілітрони [7].

Схема живлення типової установки високої напруги постійного струму зображена на рис. 1.

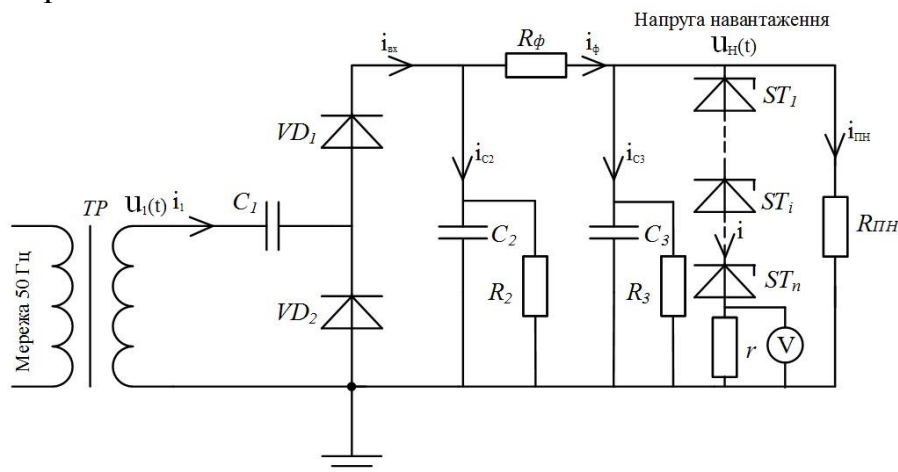


Рисунок 1 – Схема живлення установки високої напруги постійного струму

На рис. 1 позначені: C_1 – зарядний конденсатор; C_2, C_3 – фільтрові конденсатори; R_ϕ – опір фільтра; VD_1, VD_2 – високовольтні діоди; $ST_1 \dots ST_i \dots ST_n$ – стабілітрони типу Д818Д; ПН – омичний подільник напруги.

Аналітичний метод дослідження високовольтних установок подібного типу був вперше запропонований авторами [8].

Напругу навантаження, рис. 1, згідно [8] можна записати: $u_H = (U_0 + I_0 \cdot r) + (i - I_0) \cdot (R_\phi + r)$, де U_0 – номінальна робоча напруга, I_0 – струм та R_ϕ – еквівалентний диференціальний опір ланки стабілітронів. Звідси

$$i = \frac{u_H - U_0 - I_0 \cdot r}{R_\phi + r} + I_0. \quad (1)$$

Тоді струм подільника напруги: $i_{ПН} = \frac{u_H}{R_{ПН}}$.

У складових струму конденсатора C_3 враховуємо ємнісну складову та струм, обумовлений активним опором R_3 :

$$i_{C_3} = C_3 \cdot \frac{du_H}{dt} + \frac{u_H}{R_3}. \quad (2)$$

Визначаємо струм $i_\phi = i_{C_3} + i + i_{ПН}$ та представимо $u_H = U_0 + I_0 \cdot r + \Delta u(t)$, де $\Delta u(t)$ – пульсація напруги навантаження у часі, причому $\int_0^T \Delta u(t) \cdot dt = 0$, де T – період напруги $u_1 = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$, а ω – кутова частота. Тоді запишемо:

$$i_\phi = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{ПН}} \right) \cdot (U_0 + I_0 \cdot r + \Delta u(t)) + C_3 \cdot \frac{d\Delta u(t)}{dt} + \frac{\Delta u(t)}{R_\phi + r} + I_0. \quad (3)$$

Знайдемо падіння напруги на R_ϕ , як $u_\phi = R_\phi \cdot i_\phi$ і далі представимо $u_{C_2} = u_\phi + u_H$:

$$\begin{aligned} u_{C_2} = & (U_0 + I_0 \cdot r + \Delta u(t)) \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_3} + \frac{R_\phi}{R_{ПН}} \right) + \\ & + C_3 \cdot R_\phi \cdot \frac{d\Delta u(t)}{dt} + \Delta u(t) \cdot \frac{R_\phi}{R_\phi + r} + I_0 \cdot R_\phi. \end{aligned} \quad (4)$$

Далі знаходимо струм $i_{C_2} = C_2 \cdot \frac{du_{C_2}}{dt} + \frac{u_{C_2}}{R_2}$, звідки маємо:

$$\begin{aligned}
i_{C_2} = & (U_0 + I_0 \cdot r + \Delta u(t)) \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_3} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_{ПН}} \right) + \\
& + C_3 \cdot \frac{R_\phi}{R_2} \cdot \frac{d\Delta u(t)}{dt} + \Delta u(t) \cdot \frac{R_\phi}{R_2 \cdot (R_\delta + r)} + \\
& + I_0 \cdot \frac{R_\phi}{R_2} + C_2 \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_3} + \frac{R_\phi}{R_{ПН}} + \frac{R_\phi}{R_\delta + r} \right) \cdot \frac{d\Delta u(t)}{dt} + C_2 \cdot C_3 \cdot R_\phi \cdot \frac{d^2 \Delta u(t)}{dt^2}. \quad (5)
\end{aligned}$$

Поєднуючи $i_\phi + i_{C_2} = i_{\text{вх}}$, одержимо вхідний струм $i_{\text{вх}}$ в правій частині схеми рис. 1:

$$\begin{aligned}
i_{\text{вх}} = & (U_0 + I_0 \cdot r + \Delta u(t)) \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_3} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_{ПН}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{ПН}} \right) + \\
& + \frac{d\Delta u(t)}{dt} \cdot \left(C_3 + C_3 \cdot \frac{R_\phi}{R_2} + C_2 \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_3} + \frac{R_\phi}{R_{ПН}} + \frac{R_\phi}{R_\delta + r} \right) \right) + C_2 \cdot C_3 \cdot R_\phi \cdot \frac{d^2 \Delta u(t)}{dt^2} + \\
& + \frac{\Delta u(t)}{R_\delta + r} \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_2} \right) + I_0 \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_2} \right). \quad (6)
\end{aligned}$$

В режимі закритого вентиля VDI $i_{\text{вх}} = 0$, і в правій частині схеми відбувається перерозподіл напруги, який можна описати рівнянням:

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 \Delta u(t)}{dt^2} + a_1 \frac{d\Delta u(t)}{dt} + a_2 \Delta u(t) = \\
& = - \frac{(U_0 + I_0 r) \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{R_\phi}{R_2 R_3} + \frac{R_\phi}{R_2 R_{ПН}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{ПН}} \right) + I_0 \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_2} \right)}{C_2 C_3 R_\phi}, \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\text{де } a_1 = \frac{C_3 \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_2} \right) + C_2 \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_3} + \frac{R_\phi}{R_{ПН}} + \frac{R_\phi}{R_\delta + r} \right)}{C_2 C_3 R_\phi},$$

$$a_2 = \frac{\frac{1}{R_2} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_3} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_{ПН}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{ПН}} + \frac{1}{R_\delta + r} \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_2} \right)}{C_2 \cdot C_3 \cdot R_\phi}.$$

Дослідження коренів характеристичного рівняння $p^2 + a_1 \cdot p + a_2 = 0$ показує, що його дискримінант $D > 0$. Отже, рішення для $\Delta u(t)$ в період перерозподілу напруги (ПН) знаходимо [8] у вигляді:

$$\Delta u_{ПН}(t) = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t} + \Delta u_{\text{устале}} \text{ПН}, \quad (8)$$

де $p_1; p_2$ – корені характеристичного рівняння.

Для знаходження констант $A_1; A_2$ використовуємо умову незмінності напруги $u_{C_2}; u_{C_3}$ в момент початку перерозподілу напруги (позначимо момент часу t_2).

В режимі відкритого вентиля VDI (зарядження (ЗР) в проміжку часу $t_1 \leq t \leq t_2$) маємо:

$$i_{ax} = i_1(t) \text{ та } u_{C_2} = U_m \cdot \sin(\omega t) + U_m - \frac{1}{C_1} \cdot \int_{t_1}^t i_1(t) \cdot dt. \quad (9)$$

Звідси знаходимо диференціюванням: $\frac{du_{C_2}}{dt} = \omega \cdot U_m \cdot \cos(\omega t) - \frac{1}{C_1} \cdot i_1(t)$, а отже:

$$i_1(t) = C_1 \cdot \omega \cdot U_m \cdot \cos(\omega t) - C_1 \cdot \frac{du_{C_2}}{dt}. \quad (10)$$

Із попереднього виразу u_{C_2} знаходимо:

$$\frac{du_{C_2}}{dt} = \frac{d\Delta u(t)}{dt} \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_3} + \frac{R_\phi}{R_{ПН}} + \frac{R_\phi}{R_\delta + r}\right) + C_3 \cdot R_\phi \cdot \frac{d^2\Delta u(t)}{dt^2}$$

та за допомогою цієї підстановки одержуємо рівняння для $\Delta u(t)$ в період зарядження ($t_1 \leq t \leq t_2$) у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Delta u(t)}{dt^2} + b_1 \cdot \frac{d\Delta u(t)}{dt} + b_2 \cdot \Delta u(t) &= \\ &= \frac{C_1 \cdot \omega \cdot U_m \cdot \cos(\omega t)}{R_\phi \cdot C_3 \cdot (C_1 + C_2)} - \\ &= \frac{(U_0 + I_0 \cdot r) \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_3} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_{ПН}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{ПН}}\right) + I_0 \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_2}\right)}{R_\phi \cdot C_3 \cdot (C_1 + C_2)}, \quad (11) \end{aligned}$$

$$\text{де } b_1 = \frac{C_3 \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_2}\right) + (C_1 + C_2) \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_3} + \frac{R_\phi}{R_{ПН}} + \frac{R_\phi}{R_\delta + r}\right)}{R_\phi \cdot C_3 \cdot (C_1 + C_2)},$$

$$b_2 = \frac{\frac{1}{R_2} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_3} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_{ПН}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{ПН}} + \frac{1}{R_\delta + r} \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_2}\right)}{R_\phi \cdot C_3 \cdot (C_1 + C_2)}.$$

Дискримінант характеристичного рівняння в цьому випадку теж більше нуля, і отже, рішення знаходимо у вигляді:

$$\Delta u_{3P}(t) = A_3 \cdot \sin(\omega t + \psi) + A_4 \cdot e^{p_3 \cdot t} + A_5 \cdot e^{p_4 \cdot t} + \Delta u_{усталенеЗР}, \quad (12)$$

де A_3 , ψ та $\Delta u_{усталенеЗР}$ знаходимо через відомі коефіцієнти рівняння; p_3 , p_4 – корені відповідного характеристичного рівняння, а коефіцієнти A_4 та A_5 визначаємо з незмінності u_{C_2} ; u_{C_3} в момент часу t_1 . Порівнюючи (8), (12) знаходимо:

$$\begin{aligned} \Delta u_{усталенеПН} &= \Delta u_{усталенеЗР} = \Delta u_{усталене} = \\ &= - \frac{(U_0 + I_0 \cdot r) \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_3} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_{ПН}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{ПН}} \right) + I_0 \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_2} \right)}{\frac{1}{R_2} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_3} + \frac{R_\phi}{R_2 \cdot R_{ПН}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{ПН}} + \frac{1}{R_0 + r} \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_2} \right)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Використовуючи незмінність u_{C_2} та u_{C_3} в моменти t_1 ; t_2 , а також визначення моменту t_1 з умови $U_m(1 + \sin(\omega \cdot t_1)) = u_{C_2}(t_1)$, а моменту t_2 – з виразу (10) при $i_1(t) = 0$ та вираз $\int_0^T \Delta u(t) \cdot dt = 0$, одержимо для загального випадку параметрів схеми рис. 1 рішення для величин U_m , t_1 , t_2 :

$$U_m = \frac{A_3 \cdot R_\phi \cdot C_3 \cdot (C_1 + C_2)}{C_1 \cdot \omega} \cdot \sqrt{b_1^2 \cdot \omega^2 + (b_2 - \omega^2)^2}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{де } A_3 &= \frac{\omega \cdot \left[-\Delta u_{усталене} \cdot T - \frac{A_1}{p_1} \cdot (e^{p_1 \cdot (T-\Delta t)} - 1) - \frac{A_2}{p_2} \cdot (e^{p_2 \cdot (T-\Delta t)} - 1) - \frac{A_4}{p_3} \cdot (e^{p_3 \cdot \Delta t} - 1) - \right. \\ &\quad \left. \frac{A_5}{p_4} \cdot (e^{p_4 \cdot \Delta t} - 1) \right]}{\cos \psi - \cos(\omega \cdot \Delta t + \psi)}, \\ t_1 &= \frac{\arcsin\left(\frac{1}{U_m} \cdot X_1 - 1\right)}{\omega}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{де } X_1 = I_0 \cdot R_\phi + (U_0 + I_0 \cdot r) \cdot \left(1 + \frac{R_\phi}{R_3} + \frac{R_\phi}{R_{ПН}} \right) + (\Delta u_{усталене} + A_3 \cdot \sin \psi + A_4 + A_5) \times$$

$$\times \left(1 + \frac{R_\phi}{R_3} + \frac{R_\phi}{R_{\Pi\Pi}} + \frac{R_\phi}{R_\delta + r} \right) + C_3 \cdot R_\phi \cdot (\omega \cdot A_3 \cdot \cos \psi + p_3 \cdot A_4 + p_4 \cdot A_5).$$

$$t_2 = \frac{\arccos \left(\frac{X_2}{U_m \cdot \omega} \right)}{\omega}, \quad (16)$$

$$\text{де } X_2 = C_3 \cdot R_\phi \cdot \left(-\omega^2 \cdot A_3 \cdot \sin(\omega \cdot \Delta t + \psi) + p_3^2 \cdot A_4 \cdot e^{p_3 \cdot \Delta t} + p_4^2 \cdot A_5 \cdot e^{p_4 \cdot \Delta t} \right) +$$

$$+ \left(1 + \frac{R_\phi}{R_3} + \frac{R_\phi}{R_{\Pi\Pi}} + \frac{R_\phi}{R_\delta + r} \right) \cdot (\omega \cdot A_3 \cdot \cos(\omega \cdot \Delta t + \psi) + p_3 \cdot A_4 \cdot e^{p_3 \cdot \Delta t} + p_4 \cdot A_5 \cdot e^{p_4 \cdot \Delta t}),$$

де $\Delta t = t_2 - t_1$.

У підсумку одержана система рівнянь з сьома невідомими: $A_1; A_2; A_4; A_5; U_m; t_1; t_2$. Проведений аналіз [8] показує, що ця система має одне рішення в множині дійсних чисел.

Мета роботи. Використовуючи вищенаведене загальне рішення [8] для каскадного джерела живлення високої напруги перейти до визначення втрат електроенергії у його вузлах та коефіцієнта корисної дії.

Матеріали і результати дослідження. Потужність втрат P_1 , які виділяються у високовольтному подільнику напруги, визначається за формулою:

$$P_1 = f \cdot \int_{t_1}^{t_2} \frac{[U_H(t)]^2}{R_{\Pi\Pi}} dt + f \cdot \int_{t_2}^{T+t_1} \frac{[U_H(t)]^2}{R_{\Pi\Pi}} dt, \quad (17)$$

де f – частота напруги джерела живлення, $f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$.

Потужність втрат P_2 , які виділяються у колоні стабілітронів, визначається з використанням вищенаведених формул за виразом:

$$P_2 = f \cdot \int_{t_1}^{t_2} \left[[U_0 + I_0 \cdot r + \Delta U_{3P}(t)] \cdot \left[\frac{\Delta U_{3P}(t)}{R_\delta + r} + I_0 \right] \right] dt +$$

$$+ f \cdot \int_{t_2}^{T+t_1} \left[[U_0 + I_0 \cdot r + \Delta U_{\Pi\Pi}(t)] \cdot \left[\frac{\Delta U_{\Pi\Pi}(t)}{R_\delta + r} + I_0 \right] \right] dt. \quad (18)$$

Потужність втрат P_3 , які виділяються в активному опорі фільтра R_ϕ , визначається співвідношенням:

$$P_3 = f \cdot \int_{t_1}^{t_2} [(i_{\phi(3P)})^2 \cdot R_{\phi}] dt + f \cdot \int_{t_2}^{T+t_1} [(i_{\phi(ПН)})^2 \cdot R_{\phi}] dt, \quad (19)$$

де $i_{\phi(3P)}$; $i_{\phi(ПН)}$ залежності струму фільтра i_{ϕ} у часі, відповідно, у період зарядження $t_1 \leq t \leq t_2$ та у період перерозподілу напруги $t_2 \leq t \leq T + t_1$.

При визначенні коефіцієнта корисної дії (ККД) каскадного генератора високої напруги вважається вихідною (корисною) потужністю $P_{вих} = P_1 + P_2$, в той час як втрати в опорі фільтра – потужністю P_3 є додатковими. Виходячи з цього, ККД генератора визначається за формулою:

$$ККД = \frac{P_{вих}}{P_{вих} + P_3} = \frac{P_1 + P_2}{P_1 + P_2 + P_3} = \frac{1}{1 + \frac{P_3}{P_1 + P_2}}. \quad (20)$$

Висновки: Вперше визначене поняття і доведене співвідношення для розрахунку коефіцієнта корисної дії високовольтного генератора з урахуванням пульсацій напруги та струму.

Виведені аналітичні вирази для потужностей втрат в елементах високовольтного каскадного генератора з нелінійним навантаженням.

Перелік посилань

1. Альбертинский Б. С., Свиньин М. П. Каскадные генераторы – М.: Атомиздат. – 1980. – С. 6-7, С. 210.
2. Greinacher H. Erzeugung einer Gleichspannung vom vielfachen Betrage einer Wechselspannung ohne Transformator – Vereins. – 1920. – № 7. – P. 59-63.
3. Cockcroft J. D. Experiments with High Velocity Positive Ions. (I) Further Developments in the Method of Obtaining High Velocity Positive Ions // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. - 1932. - Vol. 136, № 830. - P. 619–630.
4. Heilpern W. Kaskadengeneratoren zur Partikelbeschleunigung auf 4 MeV – Helv. phys. acta. – 1955. – Bd 28, № 5-6. – P. 485-491.
5. Кастров М. Ю. Полупроводниковые широкодиапазонные стабилизаторы напряжения переменного тока – Научно-технический журнал «Электросвязь». – 2005. – № 10. – С. 20-22.
6. Бржезицький В. О. Техніка і електрофізика високих напруг: навч. посібник / В. О. Бржезицький, А. В. Ісакова, В. В. Рудаков та ін.; за ред. В. О. Бржезицького, В. М. Михайлова. – Х.: Торнадо. – 2005. – С. 514-580.
7. Бржезицький В. О., Вендичанський Р. В., Десятов О. М., Гаран Я. О. Обґрунтування вибору стабілітронів і режимів електроживлення еталонних установок високої напруги постійного струму // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2014. – № 1. – С. 7-13.
8. Бржезицький В. О., Десятов О. М., Сулейманов В. М., Хомініч В. І. Аналіз пульсацій високовольтного каскадного генератора напруги постійного струму // Технологічний аудит та резерви виробництва. – 2015. – № 1/1 (21). – С. 56-61.