## РАСЧЕТ МУЛЬТИФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ИНДУКЦИОННОМ НАГРЕВЕ МЕДИ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ И СЛОЖНОЙ ТРЕХМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

## Щерба М.А., доцент

КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра теоретической электротехники Бугаенко А.О., студент КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра возобновляемых источников энергии

промышленности широко используется индукционный Введение. В способ бесконтактного нагрева металлов за счет наведения в их объеме электрических токов внешним переменным магнитным полем [1, 2, 4]. Так на ПАО "Завод "Южкабель" (г. Харьков) реализована технология непрерывного **UPCAST**<sup>®</sup> литья бескислородной медной катанки ПО технологии [3]. основанной на индукционном плавлении меди. Основной проблемой при реализации такой технологии является нарушение целостности футеровки плавильно-раздаточной печи или индуктора и утечка жидкого металла в объем футеровки [6]. Это приводит к необходимости прекращения процесса литья, отключения печи и дорогостоящей перефутеровке ее частей перед повторным запуском.

Исследование изменения электромагнитных и температурных полей в определить объеме печи позволяет области наибольших элементов температурных градиентов, т.е. места с наибольшей вероятностью появления трещин в футеровке. Исследование изменения температурных градиентов во времени позволяет контролировать безопасность процесса индукционного нагрева и дает возможность разработать протокол управления мощностью индуктора для достижения равномерного распределения температуры (минимизации температурных градиентов).

**Целью данной работы** было создание трехмерной математической модели индукционной плавильно-раздаточной печи для исследования электромагнитных и тепловых процессов и выявления областей наибольших температурных градиентов в нормальном и аварийном режимах работы печи.

Результаты исследований. Сложность поставленной задачи заключается в том, что, во-первых, исследуемый объект имеет сложную трехмерную геометрию, которую нельзя свести к двухмерному расчету или представить набором трехмерных простейших фигур. Во-вторых, характеристики рассматриваемых сред являются нелинейными: связь между модулями векторов напряженности магнитного поля Н и магнитной индукции В задается кривой намагничивания H = f(B), а проводимость меди  $\sigma(T)$  зависит от температуры. В-третьих, необходимо корректно описать процессы теплопередачи и теплоотвода в системе. А именно отвод тепла от катушек и металлического корпуса индуктора через водное охлаждение, с учетом температуры воды и ее массопереноса, конвективный отвод тепла от катушек и металлического корпуса через окружающий воздух, теплообмен между металлом и футеровкой и частями футеровке с разными тепловыми свойствами.

В работе была создана трехмерная математическая модель индукционной плавильной печи непрерывного литья бескислородной медной катанки по технологии UPCAST<sup>®</sup> (рис. 1 а), которая установлена на ПАТ «Завод Южкабель». Элементы модели (рис. 1 б) выполнены в соответствии с инженерными чертежами элементов печи с соблюдениями всех размеров.



Рисунок 1 – а) индукционная плавильная печь и б) ее математическая модель.

Модель состоит из двух медных катушек с водным охлаждением, навитых в два слоя вокруг стального магнитопровода; медного шаблона для плавки, погруженного в стальной корпус печи, заполненный футеровочной смесью и ванны с четырехслойной футеровкой для основной массы металла.

В работе решались взаимосвязанные электромагнитная и тепловая задачи по расчету трехмерного распределения магнитного поля и температуры во всех элементах модели.

Физико-математическая постановка задачи. Электромагнитная задача. На клеммы катушек индуктора подается синусоидальное напряжение частотой 50 Гц в диапазоне 160–260 В создающее токи 700–1050 А. Возникающее магнитное поле наводит в медном шаблоне вихревые токи, постепенно (в течении 18 часов) разогревая его до температуры 1230 °C. Для расчета распределения магнитного поля и плотности токов решалась система уравнений Максвелла [5] относительно векторного потенциала *А*.

rot 
$$H = J$$
,  $B = \operatorname{rot} A$ ,  
 $J = \sigma \cdot E + J_{ext}$ ,  $E = -\partial A / \partial t$ . (1)

Ферромагнитные свойства стального сердечника индуктора задавались кривой намагничивания H = f(B) и зависимость между векторами **H** и **B** имеет вид  $H = f(B) \cdot (B/B)$ .

Так результирующее уравнение для векторного потенциала А имеет вид:

$$\operatorname{rot}\left(\frac{f(|\operatorname{rot} A|)}{|\operatorname{rot} A|}\operatorname{rot} A\right) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - J_{_{\mathrm{BH}}} = 0.$$
(2)

Уравнения (2) решалось методом конечных элементов (МКЭ) в программном пакете Comsol Multiphysics [5]. Для этого был выбран расчетный объем в форме куба, который включал все элементы индукционной печи и определенный объем окружающего воздуха. На границе расчетного объема задавалось условие Дирихле (магнитной изоляции  $n \ge A = 0$ ).

**Тепловая задача.** Для расчета распределения тепла в расчетном объеме решалось уравнение теплового баланса

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \operatorname{grad} T - \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = Q, \qquad (3)$$

где  $\rho$ ,  $C_p$ ,  $\lambda$  – плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность материалам давлении, T – температура, Q – удельная мощность источника тепла.

Расчетное уравнение (3) дополнялось условиями на границах расчетного объема и на границах раздела разных элементов индукционной печи. В процессе работы температура на корпусе индуктора достигает 80 °C в то время как температура окружающего воздуха – 20 °C. На границе корпус индукторавоздух задавалось условие теплообмена:

$$-\lambda \cdot \partial T / \partial n = k(T - T_{a}), \qquad (4)$$

где *k* – коэффициент теплоотдачи, *T*<sub>a</sub> – температура воздуха, *n* – вектор нормали к границе. На границах расчетного объема задавалось условие Дирихле (температура окружающего воздуха 20 °C).

Водное охлаждение катушек индуктора задавалось с учетом температуры и потока массы и воды уравнением:

$$M_{f} C_{p} (T_{w} - T) / (2\pi R S m), \qquad (5)$$

где  $M_f$ ,  $T_w$  – массовый расход и температура поступающей воды, R, S, m – радиус намотки, площадь поперечного сечения и количество витков катушек.

Отвод тепла от корпуса индуктора через водную рубашку охлаждения и трубки контроля температуры также задавался уравнением (5) с корректировкой на геометрические параметры этих трубок.

**Мультифизическое объедение задач.** Связь между задачами расчета распределений магнитного и теплового полей реализуется использованием в качестве источника тепла *Q* в уравнении (3) наведенные токи:

$$Q = J^{2}/\sigma = \sigma \left( \left| \partial A / \partial t \right| \right)^{2}, \qquad (6)$$

Отметим, что удельная электропроводность меди задавалась функцией от температуры согласно уравнению:

$$\sigma(T) = 1/[\rho_0 (1 + \alpha (T - T_0))], \qquad (7)$$

где  $\rho_0$  — удельное сопротивление меди при температуре  $T_0 = 0$  °C,  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления.

Нанесения конечноэлементной сетки. Для решения дифференциальных уравнений МКЭ расчетный объем разбивался конечноэлементной сеткой тетраэдров. Из-за существенных отличий размерных характеристик различных частей индукционной печи, для каждой ее части формировалась своя сетка и настраивались следующие параметры: максимальный и минимальный размер скорость увеличения коэффициент элементов, максимальная элемента, кривизны и степень разрешения узких участков. Результаты нанесения конечноэлементной сетки на каждый элемент индукционной печи продемонстрированы в табл. 1.

Медный шаблон	Магнито- провод	Катушки с охлаждением	Рубашка охлаждения корпуса	Низ корпуса	Верх корпуса

Таблица 1 – Сетка конечных элементов для каждого элемента печи

Результаты моделирования. На рис. 2 показаны результаты численного



Рисунок 2 – Трехмерное распределение температуры в печи

эксперимента. Рассчитано трехмерное распределение температуры по всем частям печи, шаблон, включая медный футеровочный материал, катушку, магнитопровод, водное охлаждение корпус индуктора, И охлаждение корпуса. Определены области наибольшей температуры И наибольшего градиента температуры, которые являются наиболее опасными точки зрения С возникновения трещин в футеровке и утечки жидкого металла.

Согласно результатам проведенной работы, можно сделать следующие выводы:

Разработана математическая модель и проведен расчет электромагнитных и тепловых процессов при нагреве медного шаблона в индукционной плавильно-раздаточной печи. Определено изменение максимальных температур и температурных градиентов в процессе длительного нагрева металла, что может служить основой усовершенствований протоколов технологического процесса.

## Перечень ссылок

1. *Egalon J., et al.* Multiphase system for metal disc induction heating: Modeling and RMS current control. IEEE Transactions on industry applications, 2012, 48.5: 1692-169

2. Nguyen K.L., et al. Robustness of a resonant controller for a multiphase induction heating system. IEEE Transactions on Industry Applications, 2015, 51.1: 73-81.

3. www.upcast.com

4. Бабат Г.И. Индукционный нагрев металлов и его промышленное применение. – М.-Л.: Энергия, 1965. – 552 с.

5. Ландау Л.Д., Лифииц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1980. – 560 с.

6. Шидловский А.К., Щерба А.А., Золотарев В.М., Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Кабели с полимерной изоляцией на сверхвысокие напряжения. – К.: Наш формат, 2013. – 550 с.