

ИЗМЕНЕНИЕ ВО ВРЕМЕНИ НЕОДНОРОДНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ЖИДКОМ ДИЭЛЕКТРИКЕ ПРИ СЛИЯНИИ В НЕМ ПРОВОДЯЩИХ МИКРОВКЛЮЧЕНИЙ

Щерба М.А., доцент

КПИ им. Игоря Сикорского, кафедра теоретической электротехники

Красовський П.О., студент

КПИ им. Игоря Сикорского, кафедра электромеханики

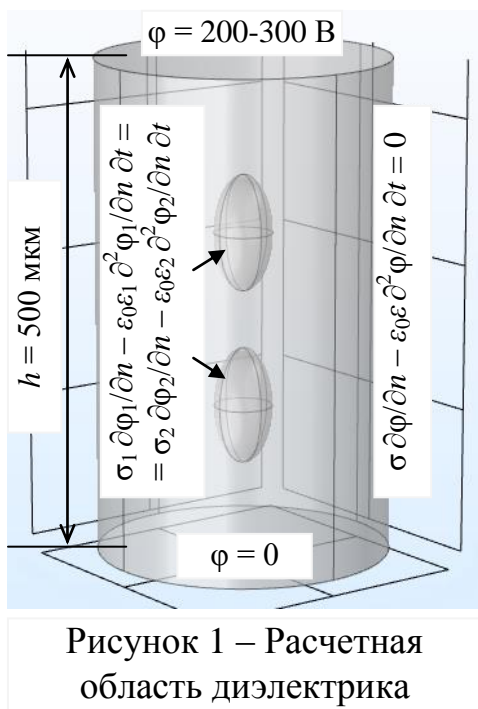
Введение. Современные практические задачи требуют расчета возмущений электрического поля (ЭП) в твердых, жидких и газообразных диэлектриках при появлении в них проводящих включений (например, вблизи водных триингов в сшитой полиэтиленовой изоляции, возле капель воды в трансформаторном масле или капель воды в воздухе вблизи проводов линий электропередачи) [2, 3, 8, 12]. Если в твердом диэлектрике конфигурация включений определяется наличием микропор и микротрещин в материале [5, 6], то в жидкой и газообразной средах форма и взаимное расположение включений может стремительно изменяться, поскольку динамические механизмы ограничиваются лишь силами межфазного или поверхностного натяжения [9].

Решение динамических задач является достаточно сложным, так как требует больших вычислительных ресурсов и применения кроме пространственной также и временной дискретизации [4, 7]. Главным отличием таких задач является изменяющаяся форма межфазных границ, которую необходимо рассчитать и учесть в алгоритме решения дифференциальных уравнений.

Важным классом задач является расчет неоднородного распределения ЭП в жидком диэлектрике, различные виды которого широко используется в элементах электроэнергетического оборудования. Известны работы по расчету поля вблизи включений равновесных конфигураций [2, 12], в то время как исследованию усилений ЭП во время переходных процессов уделено мало внимания. Но во время переходных процессов могут возникать конфигурации дефектов сильнее возмущающих поле, поэтому анализу таких возмущений посвящается данная работа.

Целью работы являлась разработка математической модели и решение динамической задачи по расчету распределения электрического поля возле близко расположенных водных микровключений в жидком диэлектрике при переходном процессе их деформации, сближения и слияния.

Физико-математическая постановка задачи. Рассчитывалось распределение ЭП в жидком диэлектрике (на примере трансформаторного масла) с водными близко расположенными микровключениями. Рассматриваемая задача представляет собой мультифизическую задачу [11], состоящую из взаимосвязанных электрической и гидродинамической подзадач с изменяющимися межфазными границами. Моделировалась область диэлектрика цилиндрической формы (высота – 500 мкм, диаметр – 300 мкм), см. рис. 1, к которой приложено: а) постоянное напряжение 200–300 В или б) синусоидальное



напряжение с действующим значением 200–300 В частотой 50 Гц. Т.е. средняя напряженность ЭП равняется $E_{cp} = 0,4-0,6$ кВ/мм, что является характерным значением для масла.

В диэлектрике рассматривалось наличие двух близко расположенных микровключений характерных форм эллипсоидов вращения объемами по $65\,417$ мкм³, что соответствует сферическому включению радиусом 25 мкм.

Задача описывалась в квазистатическом приближении системой уравнений Максвелла [10]. Расчетное уравнение для скалярного электрического потенциала φ как в [5, 11, 12] записывалось в виде:

$$\operatorname{div}\left(\sigma \operatorname{grad}\varphi - \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \operatorname{grad}\varphi}{\partial t}\right) = 0, \quad (1)$$

где σ , ε – электрическая проводимость и диэлектрическая проницаемость сред.

Уравнение (1) на верхней и нижней границах расчетной области на рис. 1 дополнялось условиями Дирихле (заданием значений потенциалов φ), а на боковых границах – условиями Неймана (равенством нулю производных потенциалов по нормали к поверхности \mathbf{n}). На межфазных границах диэлектрик–включение задавались условия равенства скалярных потенциалов и их производных по нормали к поверхности:

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} - \varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial n \partial t} = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} - \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial n \partial t}. \quad (2)$$

Задача решалась с помощью метода конечных элементов в программном пакете COMSOL Multiphysics [1]. Для расчета электрических сил \mathbf{f}_S действующих на поверхностные заряды, возникающие на границе проводник-диэлектрик, использовались тензоры напряжений Максвелла $\mathbf{T}_{эм1}$ и $\mathbf{T}_{эм2}$, записанные в виде тензорного (диадного) произведения векторов \mathbf{E} и \mathbf{D} [10]:

$$\mathbf{f}_S = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{T}_{эм2} - \mathbf{T}_{эм1}) = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{E} \otimes \mathbf{D}) = \mathbf{n} \cdot \varepsilon\varepsilon_0 [\mathbf{E}\mathbf{E}^T - (0,5\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})\mathbf{I}], \quad (3)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица 3x3.

Для учета электрических сил в гидродинамической подзадаче с изменяющимися межфазными границами от поверхностных сил \mathbf{f}_S переходили к объемным силам \mathbf{f}_V . Для этого межфазная граница принималась такой, которая имеет конечную толщину δ , равную половине размера максимального

элемента сетки в области, через которую проходит эта граница. В пределах межфазной границы рассчитывались объемные силы f_V в виде $f_V = \text{div}T_{эм}$.

Силы диэлектрофореза при рассматриваемых напряженностях поля приводят к плавным изменениям скоростей и давлений жидкостей, поэтому их течение считалось ламинарным и описывалось уравнением Навье-Стокса [9]:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \text{div}[\mathbf{T}_{мех} + \mathbf{T}_{эм}], \quad (4)$$

$$\mathbf{T}_{мех} = -p\mathbf{I} + \mu[\text{grad}\mathbf{v} + (\text{grad}\mathbf{v})^T], \quad (5)$$

где \mathbf{v} – векторное поле скоростей, $\mathbf{T}_{мех}$ – тензор механических напряжений, который определяется согласно уравнению (5), ∇ – оператор набла, ρ – плотность, μ – коэффициент кинематической вязкости, p – давление.

Жидкость считалась несжимаемой и уравнение (4) дополнялось уравнением:

$$\text{div} \mathbf{v} = 0. \quad (6)$$

Уравнения (4) и (6) дополнялись условием Дирихле $\mathbf{v} = 0$ на границе расчетной области, а объемные электрические силы f_V , найденные из решения электрической подзадачи, учитывались в уравнении (4) как $\text{div}T_{эм}$.

Для работы с изменяющимися границами в настоящее время разработано несколько подходов, таких как метод фиксации уровня (level set method) [4], метод фазового поля (phase field method) [7] и его вариация для трехкомпонентных несмешиваемых жидкостей (ternary phase field method) [7]. В частности, в данной работе использовался метод фазового поля (МФП), который точнее отражает физические процессы в решаемой задаче.

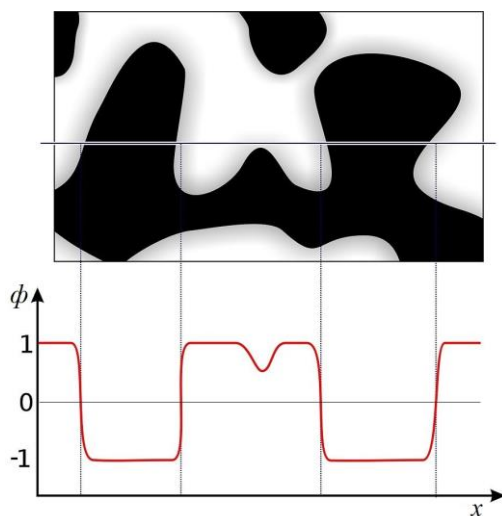


Рисунок 2 – Эволюция вспомогательного фазового поля, описываемого переменной ϕ на границе [7].

Согласно этому методу условия на межфазной границе заменялись дифференциальным уравнением в частных производных для эволюции некоего вспомогательного поля (фазового поля), описываемого переменной ϕ (рис. 2) [7]. Фазовое поле принимает значения +1 для одной жидкости и -1 для другой с плавным изменением значений вокруг межфазной границы, которая затем диффундирует с конечной шириной. Дискретное положение межфазной границы в данный момент времени определяется как совокупность всех точек, где фазовое поле принимает значение $\phi = 1 + (-1) = 0$.

Сила межфазного натяжения рассчитывалась как произведение химического потенциала G и градиента переменной фазового поля ϕ и учитывалась в уравнении Навье-Стокса (4) в качестве части объемной силы f_V . Изменение переменной ϕ описывалось уравнением Кана-Хиллиарда, которое согласно МФП распадается на два дифференциальных уравнения второго порядка в частных производных [7]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \text{grad} \phi + \text{div} \left(\frac{\gamma \lambda}{\delta^2} \text{grad} \psi \right), \quad (7)$$

$$\psi = -\text{div}(\delta^2 \text{grad} \phi) + (\phi^2 - 1)\phi + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \phi}, \quad (8)$$

где δ – толщина межфазного слоя, γ – переменная мобильности в $\text{м}^3 \cdot \text{с} / \text{кг}$, с помощью которой определяется время релаксации переходного процесса, f , λ – плотности свободной энергии и энергии перемешивания.

На границе расчетной области уравнения (7) и (8) дополнялись условиями:

$$\mathbf{n} \cdot \frac{\gamma \lambda}{\delta^2} \text{grad} \psi = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \text{grad} \phi = \cos(\theta) |\text{grad} \phi|, \quad (9)$$

где \mathbf{n} – вектор нормали к поверхности, θ – угол смачивания.

Результаты численного эксперимента. Для двух близко расположенных микровключений на взаимных расстояниях 50, 25, 10 и 5 мкм исследовались переходные процессы при возникновении внешнего постоянного и синусоидального ЭП напряженностью 0,40; 0,45; 0,50; 0,55 и 0,60 кВ/мм. На рис. 3 показана деформация, сближение и слияние двух близко расположенных сферических микровключений диаметрами 50 мкм на взаимном расстоянии 50 мкм при $E_{\text{cp}} = 0,50$ кВ/мм.

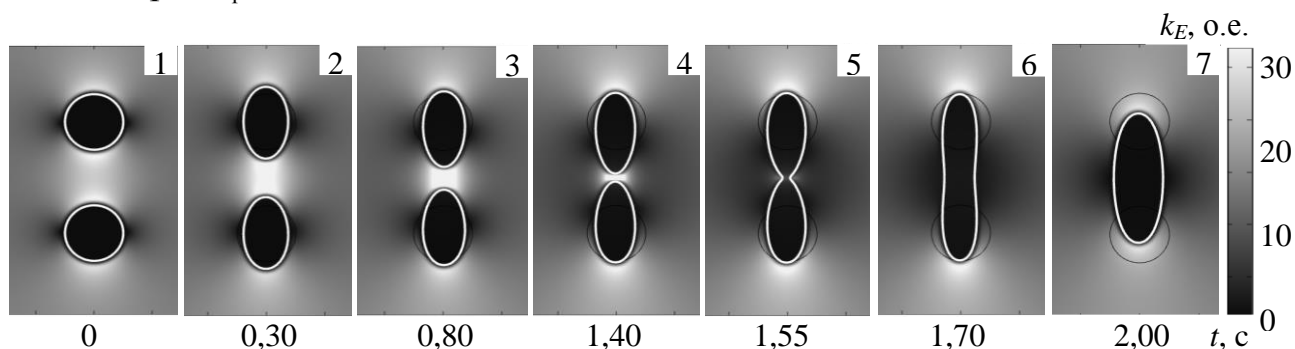


Рисунок 3 – Деформация, сближение и слияние двух сферических микровключений

Величина напряженности ЭП E приводится в относительных единицах в виде коэффициента усиления электрического поля $k_E = E/E_{cp}$, т.е. отнесенная к средней напряженности E_{cp} в диэлектрике и определяется согласно шкале на рис. 3 справа. k_E достигает максимальных значений более 30 в диэлектрическом промежутке между микровключениями (слайд 4 на рис. 3). При соприкосновении включений максимальные значения k_E достигаются на внешних полюсах включений и принимают значения $k_E = 18$ (слайд 5 на рис. 3).

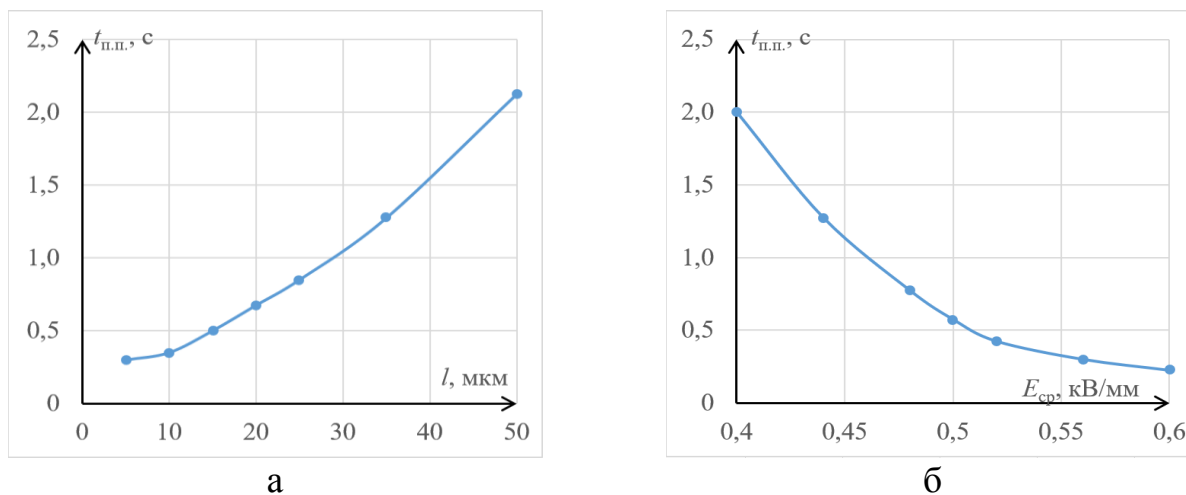


Рисунок 4 – Зависимости длительности переходного процесса $t_{п.п.}$ от напряженности внешнего ЭП E_{cp} и расстояния между микровключениями l

По мере деформации включений к равновесной эллипсоидальной форме и соответственно уменьшения их размеров вдоль поля величина k_E уменьшается до 8 (слайд 7 на рис. 3). Исследовались также зависимости длительности переходного процесса $t_{п.п.}$ от напряженности внешнего ЭП E_{cp} и расстояния между микровключениями l , которые приведены на графиках на рис. 4. Численные эксперименты показали, что длительность переходного процесса увеличивается с увеличением расстояния между микровключениями и уменьшается с увеличением напряженности внешнего электрического поля по нелинейным зависимостям.

Выводы. По результатам численного эксперимента показано, что длительность переходного процесса достижения микровключениями равновесной конфигурации нелинейно увеличивается с ростом расстояния между ними и нелинейно уменьшается с увеличением напряженности внешнего электрического поля. Также продемонстрировано, что микровключения деформируются быстрее, чем притягиваются под действием сил диэлектрофореза. Показано, что усиления поля в диэлектрике возле таких включений являются большими, чем возле включений равновесной эллипсоидальной формы, т.е. конфигурации во время переходного процесса являются более опасными с точки зрения возникновения локальных пробоев.

Перечень ссылок

1. Comsol Multiphysics, <https://www.comsol.com/>, Comsol Inc., Burlington, MA, USA, 2017
2. Hao W., Tao W., Song S. Study on the electric-field characteristics of water tree region on the dry or wet condition in XLPE cables // High Voltage Engineering and Application. – 2016. – pp. 1–4.
3. Ma Z., Wang W., Tao W., Liu J. The mechanism of water tree growth in XLPE cables based on the finite element method // High Voltage Engineering and Application. – 2016. – pp. 21–24.
4. Olsson E., Kreiss G. A Conservative Level Set Method for Two Phase Flow // J. Comput. Phys. – 2005. – vol. 210. – pp. 225–246.
5. Shcherba M.A. Multiphysical processes during electric field disturbance in solid dielectric near water micro-inclusions connected by conductive channels. // IEEE Intelligent Energy and Power Systems (IEPS). – 2016. – pp. 1-5.
6. Shcherba M.A., Zolotarev V.M., Belyanin, R.V. The comparison of electric field perturbations by water inclusions in linear and nonlinear XLPE insulation // IEEE Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE). – 2015. – pp. 188–191.
7. Yue P., Zhou C., Feng J.J., Ollivier-Gooch C.F., Hu H.H. Phase-field Simulations of Interfacial Dynamics in Viscoelastic Fluids Using Finite Elements with Adaptive Meshing. // J. Comp. Phys. – 2006. – vol. 219. – pp. 47–67.
8. Zhou K., Li K., Yang M., Huang M. Insight into the influence of mechanical orientation on water tree propagation according to abnormal water tree shapes // IEEE Intern. Conf. In Dielectrics. – 2016. – vol. 2. – pp. 836-839.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика, Теор. физика, т. VI. – М.: Физматлит, 2016. – 736 с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред, Теор. физика, т. VIII. – М.: Физматлит, 2003. – 632 с.
11. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Мультифизическое моделирование в электротехнике – К.: Ин-т электродинамики НАН Украины, 2015. – 305 с.
12. Шидловский А.К., Щерба А.А., Золотарев В.М., Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Кабели с полимерной изоляцией на сверхвысокие напряжения. – К.: Ин-т электродинамики НАН Украины, 2013. – 550 с.